

# Übungen zum Mathematischen Vorkurs



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

## Sommersemester 2014 - Übungsblatt 8

Aufgabe 8.1 Gegeben sind folgende Vektoren in kartesischen Koordinaten.

Wandeln Sie diese um in Polar- bzw. Zylinder und Kugelkoordinaten.

a)  $\begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$       b)  $\begin{bmatrix} 3 \\ \sqrt{3} \\ 0 \end{bmatrix}$       c)  $\begin{bmatrix} -10\sqrt{2} \\ -10\sqrt{2} \\ 0 \end{bmatrix}$       d)  $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$       e)  $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

Aufgabe 8.2 Integrieren Sie:

a)  $\int_{y=0}^2 \int_{x=0}^1 x^2 dx dy$

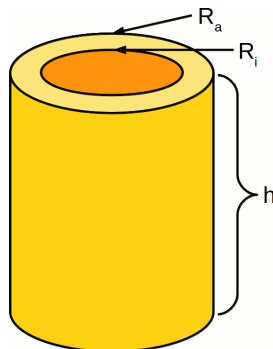
c)  $\int_{x=0}^2 \int_{y=x-1}^{3x} x^2 dy dx$

b)  $\int_{x=0}^1 \int_{y=y_0}^{y_1} \int_{z=z_0}^{z_1} e^{az} dz dy dx$

d)  $\int_{x=0}^1 \int_{y=0}^{2x} \int_{z=0}^{x+y} dz dy dx$

Warum müssen Sie bei den Aufgaben c) und d) die Reihenfolge beachten?

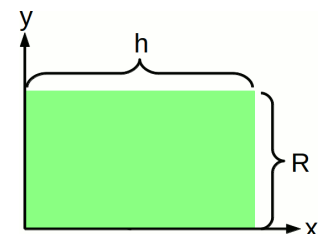
Aufgabe 8.3 Berechnen Sie das Volumen eines Zylinderrings mit dem inneren Radius  $R_i$ , dem äußeren Radius  $R_a$  und der Höhe  $h$



Aufgabe 8.4 Ein Rechteck der Länge  $h$  und der Breite  $R$  rotiert um die  $x$ -Achse. Dabei entsteht ein Zylinder.

a) Berechnen Sie das Volumen des Zylinders durch geschickte Integration.

b) Berechnen Sie das Volumen des Zylinders mithilfe der Guldinsche Regel.



Aufgabe 8.5 Beweisen Sie die 2. Guldinsche Regel mithilfe der Definition des Schwerpunktes:

$$S = \frac{1}{A} \cdot \int_A \rho dz d\rho$$