

Praktikum Kern- und Teilchenphysik

Justus Liebig-Universität Gießen

Sommersemester 2011

Versuch 8: Lebensdauermessung am 67,9 keV-Niveau von Scandium-44

Nils Stöckmann

Stefan Diehl

Diego Semmler

5. Oktober 2011

Abstract

In diesem Versuch wird mittels eines Time-Proportional-Counters und zweier Einkanalanalysatoren die Lebensdauer des ersten angeregten Niveaus von ^{44}Sc mit dem Verfahren der verzögerten Koinzidenzen bestimmt. Der Einkanalanalysator wird zuerst auf die 511 keV-Annihilationslinie von ^{44}Ti justiert, um mit einem Delay-Generator eine Zeiteichung am Time-Proportional-Counter zu erhalten. Aus der Breite der Annihilationslinie wird auf das zeitliche Auflösungsvermögen des Detektors und der Auslekette geschlossen. Nach erfolgter Bestimmung der Auflösung wird der Einkanalanalysator auf die bei Bevölkerung und Zerfall des 67,9 keV-Zustands emittierte Strahlung eingestellt. Die Häufigkeitsverteilung der gemessenen Zeitverzögerungen entspricht hierbei der Zerfallskurve, aus welcher die Lebensdauer dieses Zustandes bestimmt werden kann. Die ermittelte Halbwertszeit von $T_{1/2} = 147,1(5,6)$ ns liegt im Bereich des angegebenen Literaturwerts von 155,1 ns.

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	3
2	Theoretische Grundlagen	4
2.1	Kernabregungsprozesse	4
2.1.1	Innere Konversion	4
2.1.2	Gammastrahlung	5
2.2	Klassische Betrachtung der Multipolstrahlung	6
2.2.1	Auswahlregeln	8
2.3	Wechselwirkung von γ -Strahlung mit Materie	10
2.3.1	Fotoeffekt	11
2.3.2	Comptoneffekt	11
2.3.3	Paarbildung	13
2.4	Abschwächung von Photonen in Materie	14
2.5	Gammaspektroskopie	15
2.5.1	Szintillationsdetektoren	15
2.5.2	Weitere Detektionsmöglichkeiten für Gammastrahlung	18
2.6	Theoretische Betrachtung der Lebensdauer	19
2.6.1	Berechnung der Lebensdauer	19
2.6.2	Kernisomere	22
2.7	Lebensdauerermessung	24
2.7.1	Direkte Methoden	24
2.7.2	Indirekte Lebensdauerermessung	26
2.8	Die Methode der verzögerten Koinzidenzen	27
2.8.1	Auswertungsverfahren	28
3	Experimenteller Aufbau und Durchführung	32
3.1	Anordnung der Detektoren	32
3.2	Module der Ausleseelektronik	32
3.3	Versuchsdurchführung	33
3.3.1	Messung des γ -Spektrum von ^{44}Ti	33
3.3.2	Einstellung und Test des SCA	35
3.3.3	Kalibrierung des TPC	35
3.3.4	Messung der prompten Kurve	36
3.3.5	Rekalibrierung der SCA	37
3.3.6	Messung der Lebensdauerkurve	37
4	Ergebnisse	38
4.1	Darstellung der Signalform nach dem Hauptverstärker	38
4.2	Messung des γ -Spektrums von ^{44}Ti	38
4.3	Einstellung und Test des SCA	41
4.4	Kalibration des TPC	42
4.5	Prompte Kurve und Zeitauflösung	44
4.6	Rekalibrierung der SCA	46
4.7	Lebensdauerermessung des 67,9 keV-Niveaus von ^{44}Sc	47
4.7.1	Verteilung der Messwerte	47
4.7.2	Erläuterung der prompten Kurve	48
4.7.3	Bestimmung der mittleren Lebensdauer	50
5	Diskussion	54

1 Einführung

Seit Anfang des 20. Jahrhunderts ist bekannt, dass α -, β - und γ -Strahlung aus den Atomkernen stammen. Man kann daher aus den Eigenschaften dieser Strahlung auf die inneren Zustände und den Aufbau der Atomkerne schließen. Insbesondere der Zerfallskonstante – beziehungsweise der mittleren Lebensdauer – kommt in diesem Kontext eine besondere Bedeutung zu.

Während die Messung dieser Zerfallskonstante bei langen Halbwertszeiten über einfache Zählung geschehen kann, entziehen sich Halbwertszeiten, die deutlich kürzer eine Sekunde sind diesem Messverfahren. Solch kurze Halbwertszeiten treten oft bei angeregten Kernen auf, die sich elektromagnetisch abregen können. Es ist unmöglich, eine geeignete Menge an Isotopen oder Isomeren zu erzeugen, die man mit dem Zählverfahren untersuchen kann, bevor alles wieder zerfallen ist. In den meisten Fällen kommt hinzu, dass – insbesondere wenn angeregte Kerne vermessen werden sollen – nicht nur eine Energie und Strahlungsart abgestrahlt wird. Diese Umstände erfordern die Anwendung spezieller Messtechniken wie die in diesem Versuch angewandte Methode der verzögerten Koinzidenzen.

Um die Grundlagen für die späteren Betrachtungen und Auswertungen zu schaffen, wird in Kapitel 2 zunächst auf die Entstehung von γ -Strahlung in Kernen, auf Kernan- und -abregung, die Wechselwirkung der Strahlung mit Materie sowie auf deren Detektion eingegangen. Weiterhin werden Verfahren zur Lebensdauerermessung kurzlebiger Zustände vorgestellt.

In Kapitel 3 wird dargestellt, wie mit dem Verfahren der *Verzögerten Koinzidenzen* die Lebensdauer des 67,9 keV-Anregungszustands von Scandium-44 gemessen werden kann. Der dazu nötige Aufbau wird erläutert und es wird erklärt, welche Messungen und Arbeiten durchgeführt werden müssen, um letztendlich die Lebensdauerermessung durchführen zu können.

In Kapitel 4 werden schließlich die Messungen dargestellt und ausgewertet, sowie die Ergebnisse und deren Fehler diskutiert und der erhaltene Wert für die Lebensdauer mit dem Literaturwert verglichen.

2 Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel sollen zunächst die zum Verständnis des Versuchs benötigten theoretischen Grundlagen behandelt werden. Hierbei wird zunächst auf die verschiedenen Abregungsprozesse eines Kerns und speziell auf die für diesen Versuch relevante Emission von Gammastrahlung eingegangen. Im Anschluss wird die Wechselwirkung von Gammastrahlung mit Materie und deren Detektion erläutert. Schließlich werden die Faktoren, welche die Lebensdauer eines Zustandes beeinflussen genauer betrachtet und verschiedene Methoden zur Messung der Lebensdauer vorgestellt.

2.1 Kernabregungsprozesse

Fast alle Kernreaktionen, wie z.B. der Zerfall oder die Interaktion eines Kerns mit Höhenstrahlung oder Neutronen, haben als Produkt einen energetisch angeregten Kern. Der Kern kann diese Anregungsenergie über verschiedene Prozesse abgeben.

Wenn die Anregungsenergie E_{Anr} größer als die Nukleonenbindungsenergie¹ E_{Bind} ist, gibt der Kern sie in den meisten Fällen über

- Nukleonenverdampfen
- „induzierte“ Kernspaltung oder
- β -Zerfall (selten)

ab.

Ist $E_{\text{Anr}} < E_{\text{Bind}}$, wird die Energie über

- γ -Emission
- innere Konversion oder
- Kernzerfälle aus den angeregten Niveaus heraus (selten)

abgegeben.

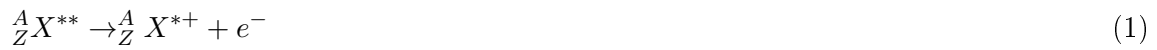
Dabei sind nicht immer alle Abregungsarten erlaubt. Ob eine bestimmte Art Abregung möglich ist oder nicht hängt von den Quantenzahlen der Anfangs- und Endzustände ab. Außerdem muss der Endzustand energetisch günstiger sein. γ -Emission ist beispielsweise nur unter Erhaltung der Parität und des Drehimpulses erlaubt. Im folgenden sollen die wichtigsten Prozesse genauer betrachtet werden.

2.1.1 Innere Konversion

Unter innerer Konversion versteht man den Prozess der direkten Abgabe von Energie des Atomkerns an ein Hüllenelektron. Diese Übertragung erfolgt durch Austausch eines *virtuellen* Photons. Ähnlich wie bei dem Fotoeffekt (siehe 2.3.1) wird die Energie ΔE des Kerns – abzüglich

¹Die Nukleonenbindungsenergie liegt bei den stabilen Kernen oberhalb von ^{12}C zwischen 7 und 9 MeV.[?]

der Bindungsenergie des Elektrons – als kinetische Energie auf das Elektron übertragen, wodurch es das Atom verlässt.



$$E_{kin} = \Delta E - E_B^{(n)} \quad (2)$$

Das emittierte, hochenergetische Elektron kann leicht mit einem β^- -Teilchen verwechselt werden. Im Gegensatz zum β -Zerfall ist die Energie des Elektrons jedoch diskret, da kein variabler Impulsübertrag an ein Neutrino möglich ist. Da die Abregung ohne \mathbf{W} -Bosonen-Austausch erfolgt, findet auch keine Transmutation statt.

Nachdem das Elektron das Atom verlassen hat, wird das Loch – genauso wie beim Elektroneneinfang und dem Fotoeffekt – mit Elektronen aus höheren Zuständen aufgefüllt. Dabei entsteht charakteristische Röntgenstrahlung oder es werden Auger-Elektronen emittiert.

2.1.2 Gammastrahlung

Gammastrahlung ist elektromagnetische Strahlung, die aus dem Atomkern beim Wechsel zwischen zwei Energieniveaus abgestrahlt wird. Da – wie auch in der Atomhülle – die Energieniveaus im Kern diskret sind, ist das Gammaspektrum jedes Isotops ein Linienspektrum, dessen Energien den Energiedifferenzen zwischen den Kernniveaus entsprechen.

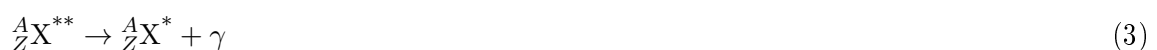
Gammastrahlung unterscheidet sich von Röntgenstrahlung durch den Ort ihrer Entstehung – Röntgenstrahlung entsteht in der Atomhülle, Gammastrahlung im Kern.²

Im Gegensatz zur Röntgenstrahlung handelt es sich bei γ -Strahlung auf Grund der Komplexität des Kerns häufiger um Multipolstrahlung höherer Ordnung, d.h. sie transportiert einen Drehimpuls von $n\hbar$ mit $n > 1$.

Typische Energien von γ -Strahlung liegen im Bereich von 10^4 – 10^7 keV, dies entspricht einem Wellenlängenbereich von

$$\lambda_\gamma \in [10^{-10} \text{ m}; 10^{-13} \text{ m}]$$

Abbildung ?? zeigt, wo Gammastrahlung im elektromagnetischen Spektrum einzuordnen ist. Da der Isospin bei der elektromagnetischen Wechselwirkung erhalten ist und Photonen keine Isospin-Quantenzahl besitzen, wird der Kern nur abgeregt. Durch ihre Emission kann kein anderes Nuklid erzeugt werden. Jede γ -Emission genügt damit der folgenden Relation mit Kernladungszahl Z , Nukleonenzahl A und Isotop X :



²Gelegentlich findet man als Definition den Spektralbereich – Röntgenstrahlung wird in diesem Fall der Bereich von 0,1 keV–250 keV zugeordnet, Gammastrahlung den höheren Energien.

Dabei stellt ein mit ** markierter Zustand einen höher angeregten Zustand als * dar.

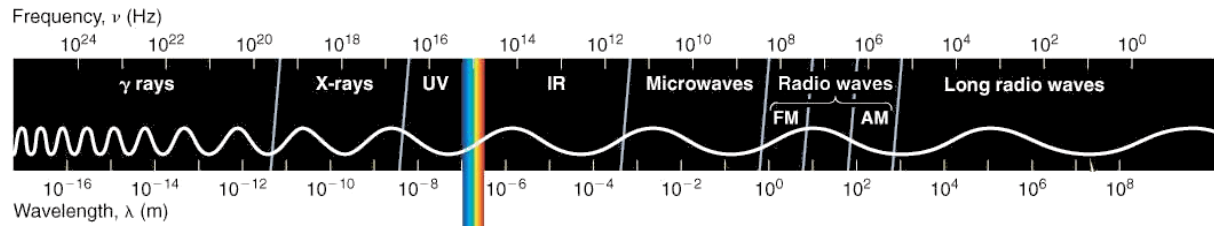


Abbildung 1: Das elektromagnetische Spektrum.

Abbildung verändert aus [?]

2.2 Klassische Betrachtung der Multipolstrahlung

In der klassischen Elektrodynamik resultiert die Abstrahlung einer elektromagnetischen Welle aus einer Änderung der Energie durch eine Änderung der Ladungs- und Stromverteilung des Systems. Um eine Wellengleichung für elektromagnetische Wellen zu finden, muss die Maxwell-Gleichung im quellenfreien Raum gelöst werden. Diese sind im CGS-System durch die Gleichungen 4 bis 7 gegeben.

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\dot{\vec{B}}}{c} \quad (4)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{\dot{\vec{E}}}{c} \quad (5)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad (6)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (7)$$

wobei \vec{E} das elektrische Feld, \vec{B} das magnetische Feld und c die Lichtgeschwindigkeit darstellen. Die ersten beiden Gleichungen sind hierbei für uns von Interesse, sie beschreiben dass eine zeitliche Änderung des einen Feldes (\vec{E} oder \vec{B}) zu einem Wirbelfeld des jeweils anderen Typs führt. Die letzten beiden Gleichungen spiegeln hingegen nur die für das Vakuum angenommene Quellenfreiheit wieder.

Nimmt man nun an, dass die Felder mit $\exp(-i\omega t)$ oszillieren, so ergeben sich mit der Beziehung $\omega = kc$ aus den ersten beiden Gleichungen, die folgenden Ausdrücke:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = ik\vec{B} \quad (8)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = -ik\vec{E} \quad (9)$$

Durch Anwendung der Relation

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{F}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{F}) - \Delta \vec{F} \quad (10)$$

in welcher \vec{F} ein beliebiges Feld darstellt, ergeben sich aus den Gleichungen 8 und 9 nach Elimination von \vec{E} die Gleichungen:

$$(\Delta + k^2)\vec{B} = 0; \quad \vec{E} = \frac{i}{k}\vec{\nabla} \times \vec{B} \quad (11)$$

und durch Elimination von \vec{B} die Gleichungen:

$$(\Delta + k^2)\vec{E} = 0; \quad \vec{B} = -\frac{i}{k}\vec{\nabla} \times \vec{E} \quad (12)$$

Da die Kernzustände, zwischen denen Übergänge betrachtet werden sollen, meist als Eigenfunktionen des Drehimpulses und der Parität gegeben sind, soll im Folgenden nach Lösungen in Form von Drehimpulseeigenfunktionen gesucht werden. Geht man von einem kugelsymmetrischen Problem aus, so lautet die allgemeine Lösung der skalaren Wellengleichung [?]:

$$\Psi_l^m = f_l(kr) \cdot Y_l^m(\theta, \phi) \quad (13)$$

Der Ausdruck $f_l(kr)$ repräsentiert hierbei den Radialanteil der Lösung und kann durch eine sphärische Besselfunktion beschrieben werden. $Y_l^m(\theta, \phi)$ stellt hingegen den winkelabhängigen Teil der Lösung dar und kann durch Kugelflächenfunktionen beschrieben werden. Durch den Index l ist hierbei der Bahndrehimpuls und durch m dessen z -Komponente repräsentiert.

Durch Anwenden des Drehimpulsoperators $\vec{L} = -i(\vec{r} \times \vec{\nabla})$ ergeben sich Lösungen der Form [?]:

$$\vec{B}_l^m = f_l \vec{L} Y_l^m; \quad \vec{E}_l^m = \frac{i}{k} \vec{\nabla} \times \vec{B}_l^m \quad (14)$$

$$\vec{E}_l^m = f_l \vec{L} Y_l^m; \quad \vec{B}_l^m = \frac{i}{k} \vec{\nabla} \times \vec{E}_l^m \quad (15)$$

Diese Lösungen, welche Eigenfunktionen zu einem bestimmten Drehimpuls sind, nennt man Multipolfelder, da sie dem Strahlungsfeld eines klassischen schwingenden 2^l -Pols (Multipol l -ter Ordnung) entsprechen.

In normierter Form ergibt sich die folgende Gestalt [?]:

$$X_l^m = \frac{1}{\sqrt{l(l+1)}} \cdot \vec{L} Y_l^m \quad (16)$$

Die beiden angegebenen Lösungen bilden eine vollständige Basis des Systems, sodass es möglich ist, beliebige Felder danach zu entwickeln. Grundsätzlich unterscheidet man zwischen elektrischen und magnetischen Multipolfeldern, bei denen jeweils der elektrische und der magnetische Feldvektor gegeneinander vertauscht sind. Die Unterscheidung elektrische oder magnetische Multipolstrahlung gibt an, welche Feldkomponente im Radialanteil der Welle enthalten ist. Zum Beispiel tritt bei elektrischer Dipolstrahlung keine Radialkomponenten des magnetischen Feldes auf, während bei magnetischer Dipolstrahlung keine Radialkomponenten des elektrischen Feldes auftritt [?].

Für ein magnetisches Feld ergibt sich in der Entwicklung nach der angegebenen Basis die folgende Gestalt [?]:

$$\vec{B} = \sum_{l,m} \left[a(l,m) f_l X_l^{\vec{m}} - b(l,m) \frac{i}{k} \vec{\nabla} \times f_l X_l^{\vec{m}} \right] \quad (17)$$

wobei die Koeffizienten $a(l,m)$ und $b(l,m)$ die Amplituden der jeweils zum Feld beitragenden Multipolstrahlung angeben. Da hohe Multipolordnungen geringere Übergangswahrscheinlichkeiten aufweisen, werden oft nur Übergänge niedriger Multipolordnungen beobachtet. Tabelle 1 gibt einen Überblick über die wahrscheinlichsten Multipolordnungen der Gammastrahlung als Funktion der Drehimpuls- und Paritätsänderungen der Zustände [?].

Spinänderung $ \Delta I $	0, kein, $0 \rightarrow 0$	1	2	3	4	5
ja	E1 (M2)	E1 (M2)	M2 (E3)	E3 (M4)	M4 E5	E5 (M6)
Paritätsänderung nein	M1 E2	M1 E2	E2 (M3)	M3 E4	E4 (M5)	M5 E6

Tabelle 1: Überblick über die Wahrscheinlichsten Multipolordnungen der Gammastrahlung als Funktion der Drehimpuls- und Paritätsänderungen der Zustände

2.2.1 Auswahlregeln

Nachdem nun eine grundlegende Beschreibung der Gammastrahlung gefunden wurde, sollen im Folgenden einige Erhaltungsgrößen diskutiert werden, welche direkt aus den üblichen Erhaltungssätzen folgen und zu einigen Auswahlregeln beim Kernzerfall führen. Hierbei gilt die Fermi-Notation: Bei Zustandsübergängen wird der Ursprungszustand mit einem Index i (inital), der Endzustand mit einem Index f (final) gekennzeichnet.

Energieerhaltung Bei der Änderung des Kernzustandes von E_i nach E_f und der Emission von γ -Strahlung muss für den Energieübertrag gelten [?]:

$$E_\gamma = h \cdot \nu = E_i - E_f - E_R \quad (18)$$

$$E_R = \frac{E_\gamma^2}{2E_i} \quad (19)$$

E_R beschreibt die kinetische Rückstoßenergie des Kerns. Sie beträgt bei $E_\gamma = 0,1$ MeV bis 1 MeV etwa 0,1 eV bis 1,0 eV und ist damit im Vergleich zur Energie der Gammaquanten vernachlässigbar klein.

Drehimpulserhaltung: Beim Übergang eines Zustandes mit Spin I_i nach I_f wird die Spindifferenz der Zustände als Drehimpuls \vec{L}_γ an das Gammaquant abgegeben. Daher gelten die Auswahlregeln [?]:

$$\vec{I}_i - \vec{I}_f = \vec{L}_\gamma \tag{20}$$

$$|I_i - I_f| \leq l \leq |I_i + I_f| \tag{21}$$

$$m = m_i - m_f \tag{22}$$

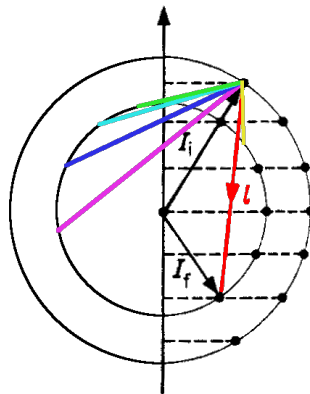


Abbildung 2: Kernniveauübergang von $I_i = 3$ nach $I_f = 2$ mit verschiedenen möglichen Drehimpulsen $\sqrt{l(l+1)}\hbar$, $l = 1, l = 2, l = 3, l = 4, l = 5$. Abbildung verändert nach [?]

Da Gammaquanten als Bosonen einen ganzzahligen Spin besitzen, gelten für den Kern und das Photon weiterhin die Auswahlregeln

$$|\Delta I| = |\vec{L}_\gamma| = n \cdot \hbar \tag{23}$$

$$l \in \mathbb{N} \tag{24}$$

Da für den Übergang zwischen zwei Kerndrehimpulsen nur der Betrag – also der „Schalenradius“ – entscheidend ist, existieren $2I_f + 1$ mögliche Beträge für Differenzvektoren \vec{l} , die von einem Drehimpulszustand in einen anderen weisen. Sie liegen auf einem Kegelmantel. Ihre Beträge haben den Wert $\sqrt{l(l+1)}$ mit den Werten für l aus Gleichung (21). Geometrisch können diese Auswahlregeln gemäß Abbildung ?? interpretiert werden. Die Größen \vec{I}_i , \vec{I}_f und \vec{L}_γ müssen demnach stets ein Dreieck bilden.

Wird die Symmetrie zusätzlich durch Einführung einer ausgezeichneten Achse eingeschränkt, so sind auch Magnetquantenzahlen m_i und m_f definiert. Es gibt dann für jeden $(\Delta I, \Delta m)$ -Übergang

nur noch *genau eine* Möglichkeit, da die $2l + 1$ verschiedenen m -Ausrichtungen unterschieden werden.

Dabei ist das Strahlungsfeld eines Gammaquants, welches einen Drehimpuls von $n \cdot \hbar$ transportiert, 2^n -polig. Man spricht in diesem Zusammenhang z.B. von Oktupolstrahlung für $n = 3$ und Hexadekupolstrahlung für $n = 4$. Die Multipolordnung fließt als Drehimpulsquantenzahl l in die Eigenfunktion des Drehimpulses, die das Strahlungsfeld des Photons beschreibt ($Y_{lm}(\theta, \phi)$) ein.

Paritätserhaltung: Betrachtet man den Kernübergang von der Parität π_i zur Parität π_f , so gilt Paritätserhaltung: $\pi_f = \pi_i \cdot \pi_\gamma$. Die Parität eines γ -Photons beträgt dabei [?]:

$$\pi_\gamma = \begin{cases} (-1)^n & \text{für elektrische Multipolstrahlung} \\ (-1)^{n+1} & \text{für magnetische Multipolstrahlung} \end{cases} \quad (25)$$

Tabelle ?? gibt einen Überblick über die Paritäten der verschiedenen Multipolstrahlungstypen.

π	$l = 1$	$l = 2$	$l = 3$	$l = 4$	$l = 5$
+	M1	E2	M3	E4	M5
-	E1	M2	E3	M4	E5

Tabelle 2: Parität der verschiedenen Multipolstrahlungstypen

Die Parität wandelt sich bei Vertauschung des Feldtyps, da es sich beim elektrischen Feld um ein Vektorfeld, beim magnetischen aber um ein Axialvektorfeld (=Pseudovektorfeld) handelt.

Indem man die Parität der Zustandsfunktionen und die Ordnung der Multipolstrahlung bestimmt, kann man demnach auf die vorliegende Strahlungsart schließen.

2.3 Wechselwirkung von γ -Strahlung mit Materie

Beim Durchgang von Gammastrahlung durch Materie verliert diese durch die Wechselwirkung mit Kernen und Hüllenelektronen an Intensität. Die Wechselwirkung von γ -Strahlung mit Materie wird von den Prozessen *Fotoeffekt*, *Compton-Streuung* und *Paarbildung* dominiert.

Andere Effekte, wie Triplettbildung, Kernresonanzstreuung, Kernfotoeffekt, Kerncomptoneffekt, u.v.m. treten deutlich seltener auf und werden hier nicht weiter beachtet; sie haben kaum Einfluss auf die Absorption des γ -Quants im Detektor.

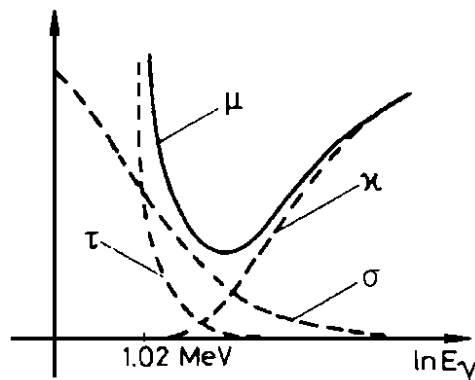


Abbildung 3: Wirkungsquerschnitte der verschiedenen γ -Strahlungs-Wechselwirkungen (τ Foto-, κ Compton-, σ Paarbildungseffekt) mit Materie. [?]

2.3.1 Fotoeffekt

Beim Fotoeffekt schlägt ein γ -Photon ein Schalelektron eines Atoms heraus. Das Elektron verlässt das Atom und übernimmt die vollständige Energie des γ -Quants, abzüglich der aufgewendeten Ionisationsenergie. Diese entspricht der Bindungsenergie desjenigen Zustands, in dem sich das Elektron zuvor befand.

$$E_{kin} = E_\gamma - E_B^{(n)} \quad (26)$$

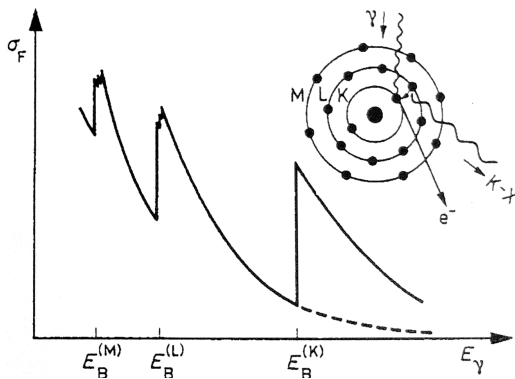


Abbildung 4: Wirkungsquerschnitt und Schemazeichnung des Fotoeffekts nach [?]. Man sieht deutliche Feinstrukturabhängigkeiten bei $E_\gamma = E_B^{(n)}$ mit $n \geq 2$.

Das durch den Fotoeffekt entstandene Elektronenloch wird innerhalb kurzer Zeit wieder mit Elektronen aus höheren Niveaus aufgefüllt. Dabei entsteht charakteristische Röntgenstrahlung.

Der Fotoeffekt kann nur an gebundenen Elektronen statt finden, denn wenn kein weiterer Stoßpartner (wie z.B. das Restatom) anwesend ist, können Energie- und Impulserhaltung nicht gleichzeitig gelten.

Abbildung ?? zeigt eine schematische Darstellung des Fotoeffekts sowie die Energieabhängigkeit des Wirkungsquerschnitts für diesen Effekt. Die Bindungsenergie des Elektrons sowie die die umgebende

Sphäre aus anderen Elektronen haben einen großen Einfluss auf die Wahrscheinlichkeit des Fotoeffekts. Rechnungen der Quantenelektrodynamik (QED) liefern den experimentell bestätigten Zusammenhang für den Wirkungsquerschnitt σ_F des Fotoeffekts [?]:

$$\sigma_F/cm^2 = \begin{cases} 4\sqrt{2} \cdot \alpha^4 \cdot \sigma_0 \cdot \frac{Z^5}{\left(\frac{E_\gamma}{m_e \cdot c^2}\right)^{\frac{7}{2}}} \approx \frac{Z^5}{E_\gamma^{\frac{7}{2}}} & E_\gamma > E_B^{(i)} \\ 1,5 \cdot \alpha^4 \cdot \sigma_0 \cdot \frac{Z^5}{\frac{E_\gamma}{m_e \cdot c^2}} \approx \frac{Z^5}{E_\gamma} & E_\gamma \gg E_B^{(i)} \end{cases} \quad (27)$$

mit $\sigma_0 = \frac{8}{3} \cdot \pi \cdot \frac{e^2}{m_e \cdot c^2}$, der Elektronenmasse m_e und der Feinstrukturkonstanten $\alpha = \frac{1}{137}$.

Grundsätzlich gilt nach Gleichung (27): Der Fotoeffekt tritt besonders häufig bei Elementen mit hoher Kernladungszahl und γ -Strahlung „niedriger“ Energie ($E_\gamma < 1 \text{ MeV}$) auf; er dominiert in diesem Fall alle anderen Effekte.

2.3.2 Comptoneffekt

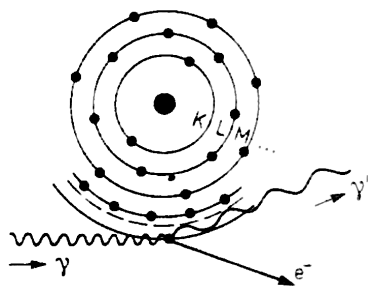


Abbildung
Schemazeichnung
Compton-Effekts.

5:
des
[?] Die größte relative Häufigkeit hat der Compton-Effekt bei γ -Strahlung mit Energien von einigen MeV. Da das Photon beim Stoß gestreut wird, ist es nicht nötig, einen weiteren Stoßpartner mit einzubeziehen um Impuls- und Energieerhaltung zu gewährleisten.

Des Weiteren beträgt die γ -Energie ein Vielfaches der chemischen Bindungsenergie, die typischerweise bei wenigen eV liegt. Es ist daher in guter Näherung möglich, den Stoß an einem freien Elektron zu betrachten.

Da es sich um einen elastischen Stoß handelt, folgt aus der relativistischen Viererimpulserhaltung die bekannte Formel für die Wellenlängenvergrößerung:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos(\vartheta)) \quad (28)$$

Wobei ϑ den Streuwinkel des Photons, h das Plancksche Wirkungsquantum, c die Lichtgeschwindigkeit und m_e die Elektronenmasse angeben. Auf eine explizite Herleitung wird hier der Kürze halber und auf Grund der Tatsache, dass diese in jedem besseren Physikbuch zu finden ist, verzichtet.

Besonders interessant an der Wellenlängenverschiebung bei der Comptonstreuung ist, dass der Absolutbetrag der Wellenlängenänderung vollkommen unabhängig von der Energie der einfallenden Strahlung ist.

Da die Strahlungsenergie antiproportional zur Wellenlänge ist können kleine Wellenlängenänderungen verschiedene Effekte haben:

Bei extrem harter γ -Strahlung wird fast die gesamte Energie auf das Elektron übertragen, da $\Delta\lambda \gg \lambda_0$ und das Verhältnis der γ -Energien somit

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{E'_\gamma}{E_{\gamma 0}} = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{\lambda}{\Delta\lambda + \lambda} = 0$$

beträgt .

Ist die einfallende γ -Strahlung jedoch recht weich, ist die Energieänderung nur gering, denn $\Delta\lambda + \lambda \approx \lambda$. Das Photon wird in diesem Fall also in eine beliebige Richtung gestreut, die Wellenlänge bleibt (nahezu) erhalten. Comptonstreuung tritt in der Tat z.B. bei der Streuung von ultraviolettem Licht auf. Dies ist der klassische Grenzfall, der als Thomson-Streuung bezeichnet wird.

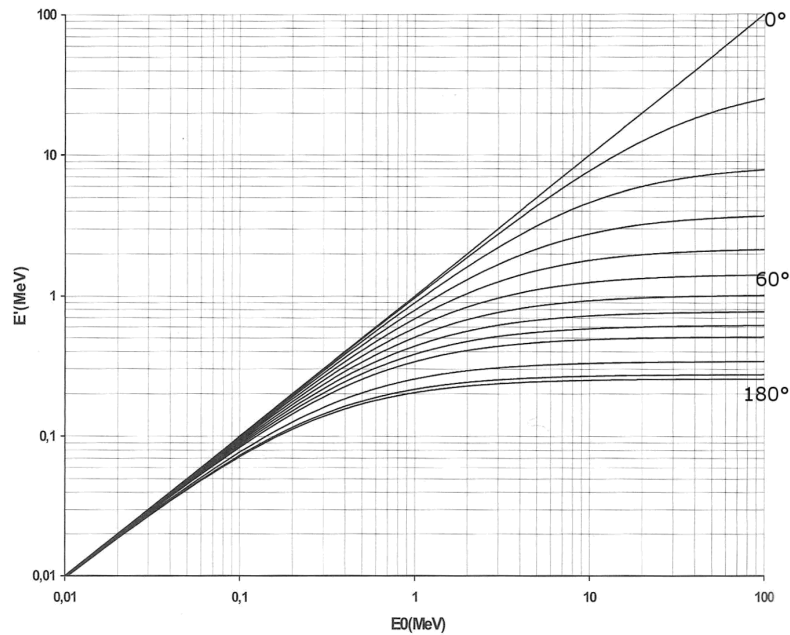


Abbildung 6: Energie der gestreuten γ -Strahlung als Funktion der eingestrahelten γ -Strahlung für verschiedene Winkel.

Man kann erkennen, dass für jeden Winkel $> 0^\circ$ ab einer bestimmten Energie die eingestrahelte Energie fast ausschließlich an das herausgeschlagene Elektron weitergegeben wird.

Abbildung verändert nach [?].

Der Wirkungsquerschnitt der Compton-Streuung lautet nach der Klein-Nishina-Formel näherungsweise:

$$\sigma_C = \begin{cases} \sigma_0 Z \left(1 - 2 \left(\frac{E_\gamma}{m_e c^2} \right) + \frac{26}{5} \left(\frac{E_\gamma}{m_e c^2} \right)^2 + \dots \right) & E_\gamma < m_e c^2 \\ \frac{\pi r_e^2 m_e c^2 Z}{E_\gamma} \left(\frac{1}{2} + \ln \left(\frac{2E_\gamma}{m_e c^2} \right) \right) \sim \frac{Z}{E_\gamma} & E_\gamma \gg m_e c^2 \end{cases} \quad (29)$$

Dabei ist $\sigma_0 = \frac{8}{3} \pi r_e^2$ der *Thomson*-Wirkungsquerschnitt des Elektrons, $r_e \approx 2,818 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ der klassische Elektronenradius und m_e die Ruhemasse des Elektrons. Wenn die Photonenenergie geringer ist als die Bindungsenergie des Elektrons, so handelt es sich um den Grenzfall der *Rayleigh-Streuung*. Das Elektron bleibt dann gebunden, wird aber zu Schwingungen in der einfallenden Wellenlänge angeregt.

2.3.3 Paarbildung

Gelangt ein γ -Quant in das *Coulomb*-Feld eines Kerns, so kann sich das γ -Photon in ein Elektron-Positron-Paar umwandeln.: $\gamma \rightarrow e^+ + e^-$.

Dazu muss jedoch ausreichend *Schwerpunktsenergie* vorhanden sein, um die Ruhmassen des Elektrons und des Positrons zu erzeugen.:

$$E_\gamma \geq 2m_e c^2 \left(1 + \frac{m_e}{M} \right) \quad (30)$$

M bezeichnet hier die Masse des Coulomb-Stoßpartners, also die des Kerns. Der Faktor

$$\left(1 + \frac{m_e}{M}\right) \quad (31)$$

berücksichtigt die kinetische Energie des Schwerpunkts, die erhalten bleiben muss. Sie existiert, weil das γ -Quant – obwohl es keine Ruhemasse hat – eine Wechselwirkungsmasse und einen Impuls besitzt.³

Der Kern als Stoßpartner ist dabei wie beim Fotoeffekt notwendig, sodass gleichzeitig Energie und Impuls erhalten sind. Auch hier sind QED-Rechnungen nötig, um korrekte Ergebnisse zu erhalten. Der Wirkungsquerschnitt der Paarbildungs-Reaktion lautet näherungsweise:

$$\kappa \sim \mathbf{Z}^2 \ln(\mathbf{E}_\gamma) \quad 5m_e c^2 < E_\gamma < 50m_e c^2 \quad (32)$$

$$\kappa = 12\alpha \mathbf{Z}^2 r_e^2 \quad E_\gamma > 10^3 m_e c^2 \quad (33)$$

Wobei $\alpha \approx \frac{1}{137}$ die *Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante* und $r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} \approx 2.818 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ der klassische Elektronenradius sind.

2.4 Abschwächung von Photonen in Materie

Gammastrahlung wird in Materie durch die genannten Effekte gemäß des Bouguer-Lambertschen Gesetzes abgeschwächt. Die Abschwächung ist dabei proportional zur Dicke d des durchstrahlten Stoffes, woraus sich das folgende Exponentialgesetz ergibt:

$$I(x) = I_0 \cdot e^{-\alpha \cdot d} \quad (34)$$

Dabei wird $\alpha = n \cdot \mu$ als Absorptionskoeffizient bezeichnet. n beschreibt die Atomdichte des Materials und der Wirkungsquerschnitt μ ergibt sich aus der Summe der Wirkungsquerschnitte der erläuterten Prozesse zu [?]:

$$\mu = \tau + \sigma + \kappa \quad (35)$$

Da es sich um ein Exponentialgesetz handelt, kann man für Gammastrahlung keine absolute Reichweite angeben, sondern lediglich eine materialspezifische Dicke, nach der die Intensität auf die Hälfte (Halbwertsdicke) oder auf ein Zehntel des ursprünglichen Wertes (Zehntelwertsdicke) abgenommen hat.

Es gilt:

³Da für normale hadronische Kerne (31) ≈ 1 gilt, wird der Faktor in der Regel vernachlässigt. In einem anderen Fall, der *Triplettbildung* hat er jedoch eine Bedeutung: Bei der Triplettbildung tritt das γ -Photon in das Coulombfeld des *Elektrons* und wandelt sich in Positron und Elektron um. Gleichzeitig schlägt der Impuls das Stoßpartnerelektron aus der Atomhülle heraus. Wegen dessen im Vergleich zu einem Atomkern geringer Masse ist die Schwerpunktsbewegung dabei viel größer, der Schwerpunktsenergiefaktor (31) beträgt hier 2, was in einer γ -Mindestenergie von ca. 2,044 MeV resultiert. Der Wirkungsquerschnitt dieser Reaktion ist aufgrund der $\frac{1}{2}$ niedrigeren elektrischen Feldstärke jedoch meist viel kleiner als der der Paarbildung.

$$d_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\alpha} \quad \text{bzw.} \quad d_{1/10} = \frac{\ln(10)}{\alpha} \quad (36)$$

Für Photonen mit einer Energie von 1 MeV ergeben sich die in Tabelle 3 angegebenen Werte ⁴:

Material	$d_{1/2}$	$d_{1/10}$
Luft	85 m	> 200 m
organisches Material	9,9 cm	32,7 cm
Blei	0,89 cm	2,97 cm

Tabelle 3: Halbwertsdicke und Zehntelwertsdicke für Gammastrahlung in verschiedenen Materialien

Es wird deutlich, dass Gammastrahlung in Luft kaum abgeschwächt wird, sodass dieser Effekt nicht berücksichtigt werden muss.

2.5 Gammaspektroskopie

In diesem Versuch werden zwei mit Thallium dotierte Natriumjodid (NaJ:Tl)-Szintillationsdetektoren zum koinzidenten Nachweis der beiden Gammaquanten eingesetzt, deren Eigenschaften hier zunächst detailliert dargestellt werden sollen. Am Ende des Abschnitts werden schließlich noch weitere Möglichkeiten zur Gammaspektroskopie kurz vorgestellt.

2.5.1 Szintillationsdetektoren

Ein Szintillationsdetektor besteht aus zwei Komponenten:

Szintillator: Im Szintillator wird die auftreffende Strahlung in eine von der Energie der Primärquanten abhängige Anzahl an sichtbaren bzw. ultravioletten Photonen umgewandelt.

Photomultiplier: Der Photomultiplier wandelt das schwache optische Signal des Szintillators in einen registrierbaren elektronischen Impuls um.

Abbildung 7 zeigt eine schematische Darstellung eines solchen Szintillationsdetektors.

Lumineszenzmechanismus eines anorganischen Szintillationskristalls: Bei dem in diesem Versuch verwendeten Szintillationskristall Natriumjodid handelt es sich um einen anorganischen Szintillator. Bei diesen handelt es sich wie im vorliegenden Fall meist um einen Einkristall, der mit Fremdatomen, sogenannten Farbzentren oder Aktivatorzentren (hier: Thallium) dotiert ist. Der Szintillationsmechanismus dieser Materialien lässt sich durch das Bändermodell der Kristalle erklären:

Da es sich bei gängigen anorganischen Szintillatoren meist um Halogenidkristalle handelt, ist das Valenzband voll besetzt, während das Leitungsband meist leer ist. Der Energieunterschied

⁴Quelle: www.zw-jena.de/energie/schultz.html

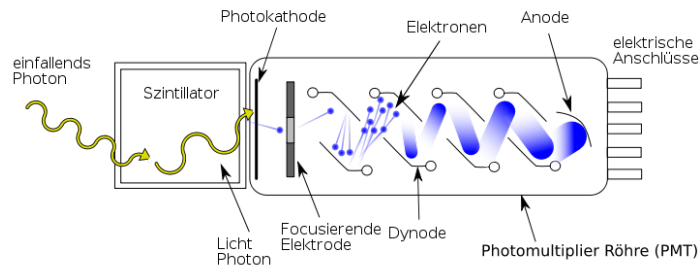


Abbildung 7: Schematischer Aufbau eines Szintillationsdetektors.

[?]

zwischen den Bändern beträgt etwa 5–10 eV. Abbildung 8 zeigt eine schematische Darstellung des Bändermodells eines anorganischen Szintillationskristalls.

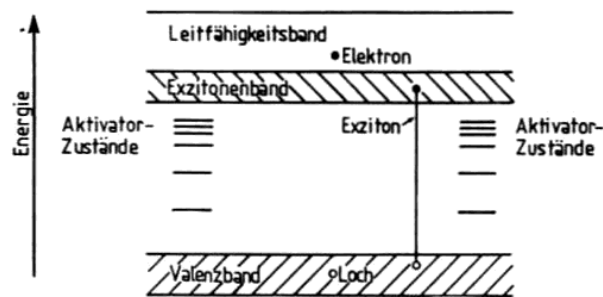


Abbildung 8: Bändermodell eines anorganischen Szintillationskristalls

[?]

Die Aktivatorzentren (Fremdatome) erzeugen hierbei zwischen Valenz- und Leitungsband zusätzliche lokale Energieniveaus. Betrachtet man nun ein Gammaquant, welches den Szintillationskristall durchquert, so überträgt dieses seine Energie durch Fotoeffekt, Comptoneffekt, Paarbildung oder einer Kombination dieser an eines oder mehrere Elektronen des Kristalls. Das Gammaquant kann auf diese Weise seine gesamte Energie oder auch nur einen Teil seiner Energie an ein Elektron abgeben. Wird die gesamte Energie des Gammaquants an den Kristall abgegeben, so ist die kinetische Energie der angeregten Elektronen proportional zur Gammaenergie. Die Bindungsenergie von einigen Elektronenvolt, kann hierbei aufgrund der Gammaenergien im keV bis MeV Bereich vernachlässigt werden.

Das durch das primäre Gammaquant angeregte Elektron gibt seine sehr hohe Energie unter Abgabe von Bremsstrahlung an weitere Elektronen ab und regt sie dabei an. Die Folge hiervon ist, dass man nun Löcher im Valenzband und freie Elektronen im Leitungsband antrifft, wodurch der Kristall eine gewisse elektrische Leitfähigkeit erhält. Im Idealfall, also wenn keine Energie durch andere Prozesse verloren geht, hat man nun n_e Elektronen im Leitungsband, deren Energie jeweils gerade der Bindungsenergie E_b entspricht. Unter Berücksichtigung der Verluste gilt anstelle des Gleichheitszeichens jedoch immer noch ein (in der Regel linearer) Zusammenhang.

Würden diese Elektronen nun sofort wieder mit einem Loch rekombinieren, so würde kein Licht frei: Die Energie des dabei emittierten Quants entspricht gerade der Energie für die Anregung eines benachbarten Elektrons aus dem Valenz- ins Leitungsband, sodass das Lichtquant sofort

wieder absorbiert wird. Dieses Problem löst man durch den Einbau von Fremdatomen in die "verbotene Zone" zwischen Valenz- und Leitungsband.

Das Elektron kann über die hierdurch erzeugten Zwischenniveaus in das Valenzband zurückkehren, wobei die Energie in Quanten geringer Energie abgegeben wird und dadurch den Kristall verlassen kann. Diese Quanten bezeichnet man als Szintillationslicht. Sie können nach dem Verlassen des Kristalls durch den Photomultiplier (PM) registriert werden. Ihre Wellenlänge liegt je nach Aktivatorzentrum im sichtbaren oder ultravioletten Bereich. Entscheidend für die erzielbare Energieauflösung eines Szintillators ist hierbei die Photonstatistik, also der Anzahl der pro Energieeinheit im Szintillator erzeugten Photonen. Die vom Szintillator erzeugten Photonen treffen schließlich auf die Photokathode des an den Kristall gekoppelten PM und lösen dort Photoelektronen aus, welche vom PM verstärkt und in ein elektrisches Signal umgewandelt werden.

Funktionsweise des Photomultipliers: Der Photomultiplier ist eines der gebräuchlichsten Instrumente zur Registrierung schneller Lichtsignale und zur Bestimmung des Zeitpunktes eines Teilchendurchganges. Es handelt sich um ein Elektrodensystem, welches sich in einem evakuierten, gegen magnetische Streufelder abgeschirmten Glaskolben befindet.

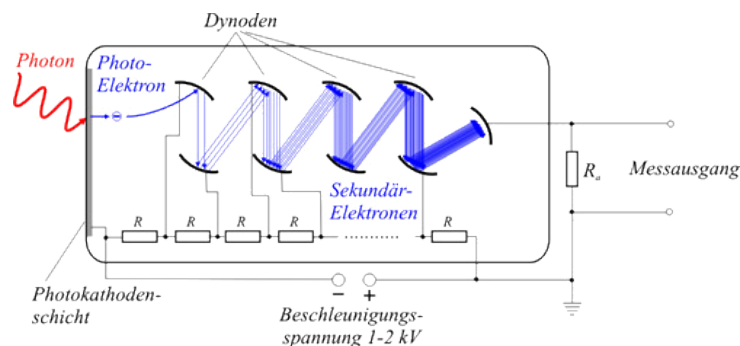


Abbildung 9: Schematische Darstellung eines Photomultipliers.

Abbildung aus [?]

Das vom Szintillator erzeugte Szintillationslicht löst am vorderen Ende des Photomultipliers Elektronen aus einer Alkali-Metall-Photokathode heraus. Diese Photokathode liegt auf negativer Hochspannung, sodass die Photoelektronen durch ein elektrisches Feld auf die erste Dynode fokussiert werden können. Die Dynode ist Teil eines Vervielfachungssystems, in dem die an der Kathode anliegende negative Hochspannung über weitere Dynoden bis zur Anode hin durch einen Spannungsteiler auf Erdpotential heruntergeteilt wird, wobei die Elektronen über die Dynoden zur Anode gelenkt werden.

Beim Auftreffen auf die erste Dynode löst das Elektron im Mittel 2–3 Sekundärelektronen aus. Diese werden nun zur nächsten Dynode hin beschleunigt und lösen jeweils wieder 2–3 Sekundärelektronen aus. Dieser Prozess wiederholt sich über 10–14 Dynoden bis zur Anode. Dort angekommen können die Elektronen, die sich mittlerweile um einen Faktor von bis zu 10^8 vervielfacht haben, dann über einen Widerstand abfließen und einen messbaren Spannungsimpuls erzeugen, der weiterverarbeitet werden kann. Bei der Verwendung eines Photomultipliers ist

zu beachten, dass die Photokathode nur eine Quantenausbeute von 10–25% besitzt, was zwar die Statistik verschlechtert, die Proportionalität der ursprünglich absorbierten Energie zum letztendlich detektierten Signal jedoch nicht beeinflusst.

Neben dem klassischen Photomultiplier zur Auslese der Lichtsignale können auch Photodioden bzw. Avalanche Photodioden (APDs) eingesetzt werden, welche deutlich kompakter sind und eine Quanteneffizienz von bis zu 70 % besitzen. Eine weitere relativ neue Auslesemethode sind Silizium - Photomultiplier (SiPM), welche aus einem Array von im Geiger-Modus betriebenen APDs bestehen. Da im Versuch ein Photomultiplier zur Auslese verwendet wurde, soll hierauf nicht weiter eingegangen werden.

2.5.2 Weitere Detektionsmöglichkeiten für Gammastrahlung

Neben den bereits genannten Detektoren zum Nachweis der Gammastrahlung gibt es noch eine Reihe weiterer Möglichkeiten, Gammastrahlung nachzuweisen. Die Wichtigsten davon sollen mit ihren speziellen Anwendungsgebieten im Folgenden kurz erläutert werden:

Halbleiterdetektoren: Halbleiterdetektoren bestehen aus kristallinen Halbleitermaterialien, meist Silizium oder Germanium. Während Szintillationskristalle bereits in den 1930er Jahren zum Einsatz kamen, begann die Entwicklung dieser Detektorklasse erst in den 1950er Jahren und wurde in den 1960ern zur Serienreife gebracht. Halbleiterdetektoren bestehen meist aus einer in Sperrrichtung betriebenen Diode. Beim Durchgang eines ionisierenden Teilchens oder von ionisierender Strahlung durch die Sperrschicht entstehen in dieser Elektron-Loch-Paare, die zur entsprechenden Elektrode driften und dort ein elektrisches Signal erzeugen. Durch das Anlegen einer Spannung kann die Sperrschicht noch weiter ausgedehnt werden, sodass das gesamte Kristallvolumen als Detektor nutzbar gemacht wird. Hierdurch wird auch eine hohe Feldstärke geschaffen, die Elektronen und Löcher trennt, bevor diese durch Rekombination verloren gehen.

Der große Vorteil von Halbleiterdetektoren gegenüber Szintillationsdetektoren liegt neben der Kompaktheit, vor allem im sehr guten Energieauflösungsvermögen für Energien von bis zu einigen MeV. Der größte Nachteil ist jedoch durch die geringe Effizienz (nur ein Bruchteil der Gammaquanten wechselwirkt mit dem Detektor) und die Tatsache, dass diese Detektoren Tiefgekühlt werden müssen.

Magnetische Spektrometer: Magnetische Gammaspektrometer sind vom prinzipiellen Aufbau β -Spektrometer, in denen an Stelle einer β -Quelle eine Konversionsfolie sitzt. Wechselwirkt ein γ -Quant mit der Konversionsfolie, so werden freie Rückstoßelektronen erzeugt, die im Spektrometer analysiert werden können.

Kristall-Diffraktions-Spektrometer: In einem Kristall-Diffraktions-Spektrometer wird die Bragg-Reflexion an einem Kristallgitter ausgenutzt. Abhängig von der Wellenlänge werden die γ -Quanten im Kristallgitter in bestimmte Winkelbereiche gestreut und mit einem Zählrohr gemes-

sen. Für niedrige Photonenenergien kann mit einem solchen Detektor die beste Energieauflösung erzielt werden, wobei die Nachweiseffizienz jedoch sehr gering ist.

Kalorimeter: In einem Kalorimeter erwärmt ein einfallendes Gammaquant eine gekühlte Substanz. Über die Temperaturerhöhung dieser Substanz kann schließlich bei bekannter Intensität auf die Energie der einfallenden Gammaquanten gefolgert werden. Hierbei können sehr hohe Auflösungen erreicht werden. Ein typisches Einsatzgebiet für solche Detektoren sind z. B. Satelliten zur Detektion von Röntgenstrahlung.

2.6 Theoretische Betrachtung der Lebensdauer

Grundbegriffe: Unter der *mittleren Lebensdauer* τ eines Zustands versteht man die Zeitspanne, die dieser Zustand durchschnittlich existiert, bzw. die Zeit nach der er mit einer Wahrscheinlichkeit von $1 - \frac{1}{e} \approx 63,2\%$ zerfallen ist. Die zugehörige *Zerfallskonstante* λ gibt an, wie groß der pro Zeiteinheit zerfallende Anteil ist. Die *Halbwertszeit* $T_{1/2}$ gibt an, nach welcher Zeit ein Zustand mit einer Wahrscheinlichkeit von 50% zerfallen ist.

Die drei Größen stehen in folgendem Zusammenhang:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} \quad (37)$$

Die Messung der Lebensdauer ist in der Physik nicht nur zur Bestimmung der Aktivität einer Probe von Interesse, sondern viel mehr, da sie die Größen Energie, Drehimpuls und Parität eines Zustandes miteinander verbindet. Durch eine genaue Bestimmung der Lebensdauer können wie in den folgenden Abschnitten gezeigt wird, Rückschlüsse auf diese Größen gezogen werden.

2.6.1 Berechnung der Lebensdauer

Die Lebensdauer τ eines Zustands lässt sich direkt aus dem Kehrwert der Summe der Zerfallskonstanten aller Zerfallsprozesse (bei γ -Strahlung auch *Abregungsprozesse* genannt) berechnen. Die Zerfallskonstante λ eines bestimmten Prozesses wiederum lässt sich direkt aus Fermis *Goldener Regel* berechnen:

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \underbrace{M_{fi}}_{\langle f | \hat{H} | i \rangle} \right|^2 \cdot \rho_f \quad (38)$$

Dabei ist $M_{fi} = \langle f | \hat{H} | i \rangle = \langle \Psi_f | \hat{M}_{lm} | \Psi_i \rangle$ das Übergangsmatrixelement mit den Wellenfunktionen des Anfangszustandes Ψ_i und des Endzustandes Ψ_f und ρ_f die Zustandsdichte $\frac{dZ}{dE}$ am Endzustand f . Die konkrete quantenmechanische Berechnung des benötigten Matrixelements ist in der Regel sehr aufwendig. Weiterhin hängt das Ergebnis stark von der Natur der Zustände ab, welche sich in den einzelnen Nuklidgebieten stark unterschieden kann (Quasiteilchen-,

Kollektivzustände, Deformation, Anregungszustände, ...). Berechnungen liefern daher oft nur einen Orientierungswert. Im folgenden Abschnitt soll ein wichtiger Spezialfall erläutert und die für diesen Fall erzielten Ergebnisse vorgestellt werden.

Das Einteilchen-Schalenmodell: Mit dem von VICTOR F. WEISSKOPF entwickelten Einteilchen-Schalenmodell ist es möglich die Übergangswahrscheinlichkeiten zwischen zwei Einteilchenzuständen zu berechnen. WEISSKOPF nahm hierbei zusätzlich zu den bereits in anderen Modellen gemachten Annahmen, dass sich das Teilchen in einem mittleren, von allen anderen Teilchen erzeugten Feld bewegt, und dass die Restwechselwirkungen zwischen den Nukleonen vernachlässigt werden können an, dass die Kerndrehimpulsänderung ΔI durch die Zustandsänderung *eines einzelnen, ungepaarten Nukleons* im Feld der Restkerne passiert. Auf Grund der verschwindenden Restwechselwirkung werden die Quantenzustände der anderen Nukleonen hierdurch nicht beeinflusst. In diesem Fall hängt das Matrixelement bis auf einen Statistik-Faktor S nur vom Radialteil R_{nl} der Wellenfunktion Ψ ab.

$$\Psi = R_{nl}(r) \cdot Y_{lm}(\theta, \phi) \quad (39)$$

$$M_{fi} = S \cdot M_{\sigma}(R_{nl}(r)) \quad (40)$$

Der Statistik-Faktor S ergibt sich durch Integration über die Kugelflächenfunktionen $Y_{lm}(\theta, \phi)$ und kann durch die Gelbsch-Gordon-Koeffizienten ausgedrückt werden. Unter dieser Voraussetzung lassen sich geschlossene Ausdrücke für die Zerfallskonstanten für die Emission elektrischer (λ_E) und magnetischer (λ_M) Multipolstrahlung herleiten.

$$\lambda_E(l) \approx \frac{1(l+1)}{l[2l+1]!!^2} \cdot \frac{2\pi\alpha c}{\lambda_{\gamma}} \cdot \left(\frac{2\pi R}{\lambda_{\gamma}}\right)^{2l} \cdot S \cdot \left(\frac{3}{3+l}\right)^2 \quad (41)$$

$$\approx \left[\frac{4,4 \cdot 10^{21}(l+1)}{l((2l+1)!!)^2} \left(\frac{3}{3+l}\right) \left(\frac{E_{\gamma}/\text{MeV}}{197}\right)^{2l+1} (R/\text{fm})^{2l} \right] \frac{1}{\text{s}} \quad (42)$$

$$\lambda_M(l) \approx \frac{1(l+1)}{l[2l+1]!!^2} \cdot \frac{2\pi\alpha c}{\lambda_{\gamma}} \cdot \left(\frac{2\pi R}{\lambda_{\gamma}}\right)^{2l} \cdot S \cdot \left(\frac{\sqrt{10}\hbar}{m_N c R} \cdot \left(\frac{3}{3l+1}\right)\right)^2 \quad (43)$$

$$\approx \left[\frac{1,9 \times 10^{21}(l+1)}{l((2l+1)!!)^2} \left(\frac{3}{3+l}\right) \left(\frac{E_{\gamma}/\text{MeV}}{197}\right)^{2l+1} (R/\text{fm})^{2(l-1)} \right] \frac{1}{\text{s}} \quad (44)$$

Dabei ist $R \approx \sqrt[3]{A} \cdot 1,25$ fm der Kernradius, m_N die Nukleonenmasse und $\alpha = \frac{1}{137}$ die Feinstrukturkonstante. Aus diesen Gleichungen, welche lediglich grobe Schätzwerte für die tatsächlichen Übergangswahrscheinlichkeiten darstellen, erkennt man direkt die grundlegenden Proportionalitäten bezüglich der Quantenenergie E_{γ} und der Massenzahl A :

$$\lambda_E(l) \sim E_{\gamma}^{2l+1} A^{\frac{2l}{3}} \quad (45)$$

$$\lambda_M(l) \sim E_{\gamma}^{2l+1} A^{\frac{2(l-1)}{3}} \quad (46)$$

Aus den Gleichungen kann aber auch eine Abschätzung für die Wahrscheinlichkeit magnetischer Übergänge im Vergleich zu elektrischen Übergängen gewonnen werden. Für diese gilt:

$$\lambda_M(l) \approx \left(\frac{\sqrt{10}\hbar}{m_n c R} \right)^2 \cdot \lambda_E(l) \approx 0,287 A^{-\frac{2}{3}} \lambda_E(l) \quad (47)$$

Aufgrund der niedrigeren Vorfaktoren und Exponenten an der Nukleonenzahl sind magnetische γ -Emissionen gegenüber elektrischer γ -Strahlung um ungefähr einen Faktor 100 unterdrückt.⁵

Abbildung 10 stellt die aus den angegebenen Gleichungen berechneten Lebensdauern für die ersten 5 Multipolordnungen in Abhängigkeit von Energie der Art der emittierten γ -Strahlung für $A = 100$ dar.

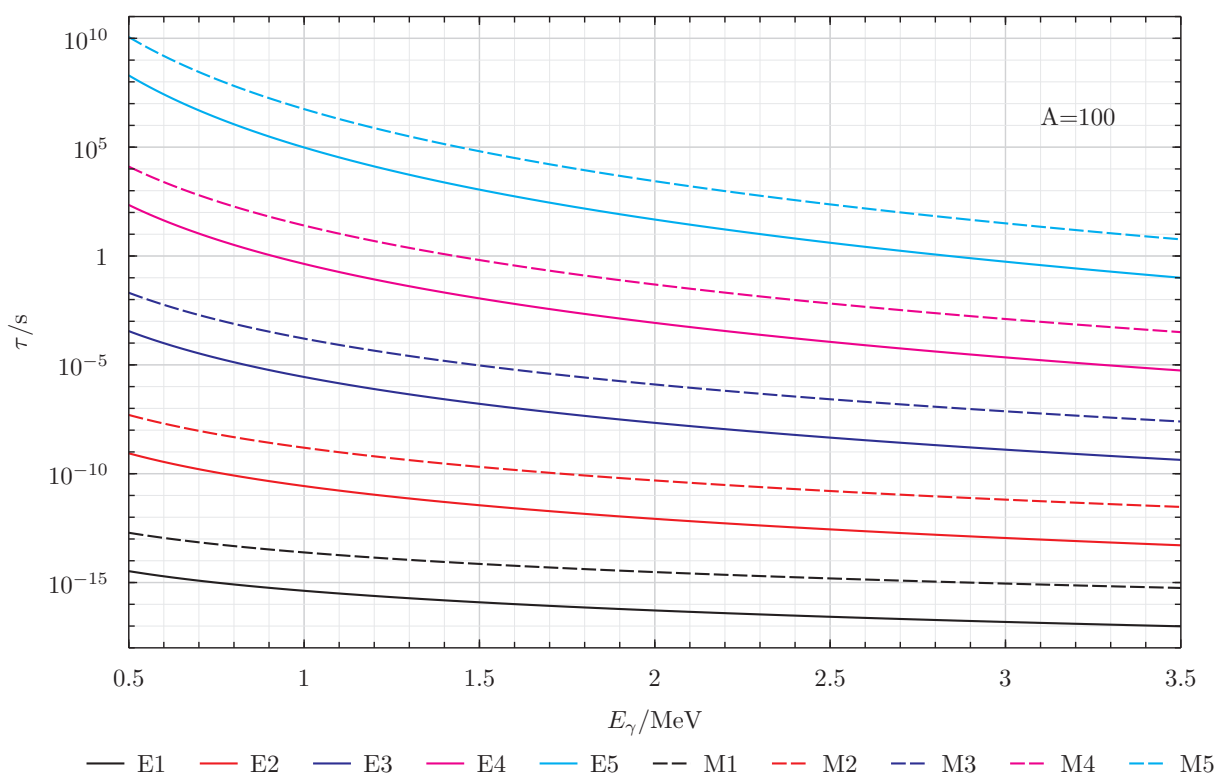


Abbildung 10: Aus den Gleichungen (41)–(46) berechnete Lebensdauern in Abhängigkeit von Energie und Multipolordnung der emittierten γ -Strahlung

Die Abbildung verdeutlicht, dass die Lebensdauer mit wachsender Multipolordnung l um mehrere Größenordnungen zunimmt, was direkt aus der $1/E_\gamma^{2l+1}$ Abhängigkeit in Gleichung (41) bzw. (46) resultiert. Auch die bereits angesprochene Tatsache, dass magnetische Übergänge gleicher Ordnung eine deutlich höhere Lebensdauer als elektrische Übergänge haben, wird aus der Abbildung deutlich.

Kann ein Kern von einem hohen Niveau nur mit einer großen Drehimpulsänderung $l = \Delta I$ in den Grundzustand abgeregt werden, ist in vielen Fällen eine Zerfallskaskade

⁵vgl. Abb. 10. In der Literatur [?] wird eine Multipolordnung oder ein Faktor 100...1000 angegeben, was nicht aus den Gleichungen für die Zerfallskonstanten (41)–(46) hervorgeht, sondern anders bestimmt worden sein muss.

zu beobachten: Der erste Zerfall besteht aus einer schnellen hochenergetischen γ -Emission mit niederer Multipolordnung, da die Zerfallskonstante für eine solche Abregung sehr hoch ist. Es folgen oft weitere, langsamere Zerfälle, die meist geringere Energie, aber eine höhere Multipolordnung aufweisen.

Vergleich von Kern und Atomhülle: Die Abhängigkeit der Zerfallskonstante von der Multipolordnung wird sowohl für elektrische als auch für magnetische Multipolstrahlung entscheidend durch den Faktor $f = (2\pi R/\lambda)^2$ beeinflusst, da $\lambda \propto f^l$ gilt. Betrachtet man einen typischen Kern mit $A = 125$, also $R = 6$ fm, welcher Gammastrahlung mit einer Energie von 1 MeV ($\lambda/2\pi \approx 200$ fm) emittiert, so ergibt sich dieser Faktor zu $f = 9 \cdot 10^{-4}$. Typische Werte für die Atomhülle sind hingegen $R \approx 10^{-10}m$ und $\lambda = 800 \cdot 10^{-10}$. Hier gilt also $f = 6 \cdot 10^{-5}$. Da der Faktor f für die Atomhülle deutlich kleiner ist als für den Atomkern, wird deutlich, dass in der Atomhülle Übergänge mit höherer Multipolordnung deutlich stärker unterdrückt sind als im Kern, weshalb in der Atomhülle hauptsächlich Dipolübergänge beobachtet werden.

Vergleich mit experimentellen Werten: Gegenüber den berechneten Lebensdauern wird beobachtet, dass E1-Übergänge $10^3 \dots 10^7$ mal seltener als erwartet, und in vielen Fällen gar nicht auftreten, E2-Übergänge dahingegen schneller als berechnet sind.

Der Unterschied zwischen der Einschalenmodell-Zerfallskonstante und der Realität wird über den F -Faktor (48) ausgedrückt. Übergänge mit $F > 1$ heißen *beschleunigte* Übergänge, jene mit $F < 1$ *verzögerte* oder *behinderte* Übergänge.

$$\lambda_{\text{exp}} = F \cdot \lambda_{\text{theo}} \quad (48)$$

Man nimmt an, dass diese Diskrepanz unter anderem darauf zurückzuführen ist, dass Nukleonen keine Einteilchen-Zustände zuzuweisen sind, sondern *kollektive Zustände* annehmen. Rechnerisch können diese kollektiven Übergänge erfasst werden, indem man statt des Matrixelements $M_\sigma(l)$ in der Berechnung die sogenannte reduzierte Übergangswahrscheinlichkeit $B_\sigma(l)$ verwendet. Diese ergibt sich durch die Mittellung über die Anfangszustände und die Summation über die Endzustände. Eine genaue Betrachtung ist in [?] zu finden.

Betrachtet man hingegen den ganzen Kern, so entstehen die für die E1-Emission nötigen Dipolfelder dadurch dass der Protonenschwerpunkt gegen den Neutronenschwerpunkt im Kern schwingt. Die dazu nötige Anregungsenergie liegt mit 14...25 MeV aber deutlich über der Nukleonenbindungsenergie⁶ und liegt damit außerhalb des Energiebereichs, der typischerweise durch die durch γ -Emission abgeregt wird.

Das für E2-Abstrahlungen nötige Quadrupolfeld tritt hingegen häufig auf, da die Kerne nicht rund, sondern meist deformiert sind.

2.6.2 Kernisomere

⁶ vgl. Abschnitt 2.1

Hat ein Übergang von einem angeregten Niveau in den Grundzustand eine äußerst lange Lebensdauer, so spricht man von einem *Kernisomer*, einem metastabilen Zustand. Das Kernisomer unterscheidet sich – neben der Lebensdauer – hauptsächlich durch eine große Kernspindifferenz vom Grundzustand. Obwohl es die gleiche Nukleonen- und Kernladungszahl besitzt, verhält es sich dadurch wie ein anderes Isotop. Zur Unterscheidung kennzeichnet man das Isomer – also den angeregten Zustand – durch ein m hinter der Nukleonenzahl.

Das Beispiel $^{234m}_{91}\text{Pa}$ in der nebenstehenden Abbildung verfügt nach Gleichung (43) über eine Lebensdauer für den M4-Gammazerfall von 3692,5 a. Dieser hohe Wert kommt dadurch zustande, dass bei sehr niedriger Energiedifferenz ein großer Drehimpuls \vec{l} transportiert werden kann, was bei $l = 4$ ausschließlich mit einer Paritätsänderung über M4-Strahlung möglich ist. Wegen der kleinen Abregungs-Zerfallskonstante werden nur 0,15% der Kerne über magnetische Hexadekupolstrahlung oder innere Konversion in den Grundzustand abgeregt, der Rest zerfällt bereits vorher über einen β -Zerfall zu $^{234}_{92}\text{U}$.

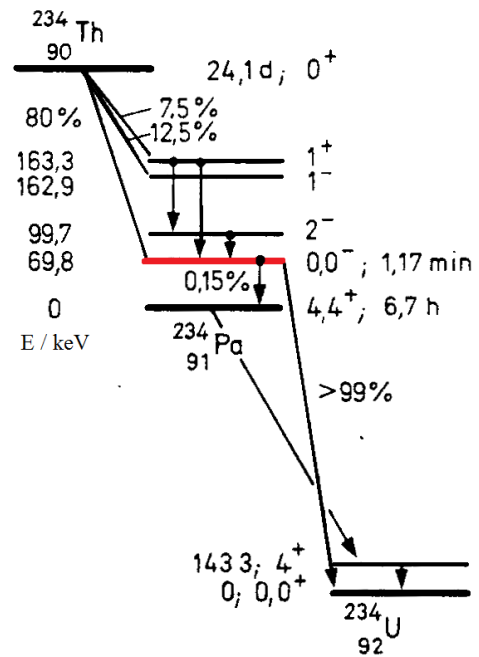


Abbildung 11: Bildung und Zerfall von $^{234}_{91}\text{Pa}$ und seines Isomers $^{234m}_{91}\text{Pa}$ (rot gekennzeichnet). [?]

2.7 Lebensdauermessung

Da die emittierten Gammaquanten einen definierten Drehimpuls und eine Parität besitzen, erhalten sie Informationen über den Drehimpuls und die Parität der Zustände, bei deren Übergang sie emittiert wurden. Im letzten Abschnitt wurde gezeigt, dass die Lebensdauer der Kernzustände von der Energie-, Drehimpuls- und Paritätsänderung abhängen. Durch einen Vergleich der theoretisch berechneten Lebensdauern mit experimentellen Werten, sind daher Rückschlüsse auf die Kernstruktur möglich. Es ist daher notwendig die Lebensdauer der Kernzustände möglichst exakt zu bestimmen. Da die Lebensdauer eines Zustandes von weniger als 10^{-22} s bis hin zu vielen Jahren reichen kann, sind für eine genaue Messung eine ganze Reihe von Methoden erforderlich, die je nach Zeitskala ihren Einsatzbereich finden. Abbildung 12 gibt einen Überblick über die gebräuchlichsten Methoden und die Zeitskala in der sie zum Einsatz kommen.

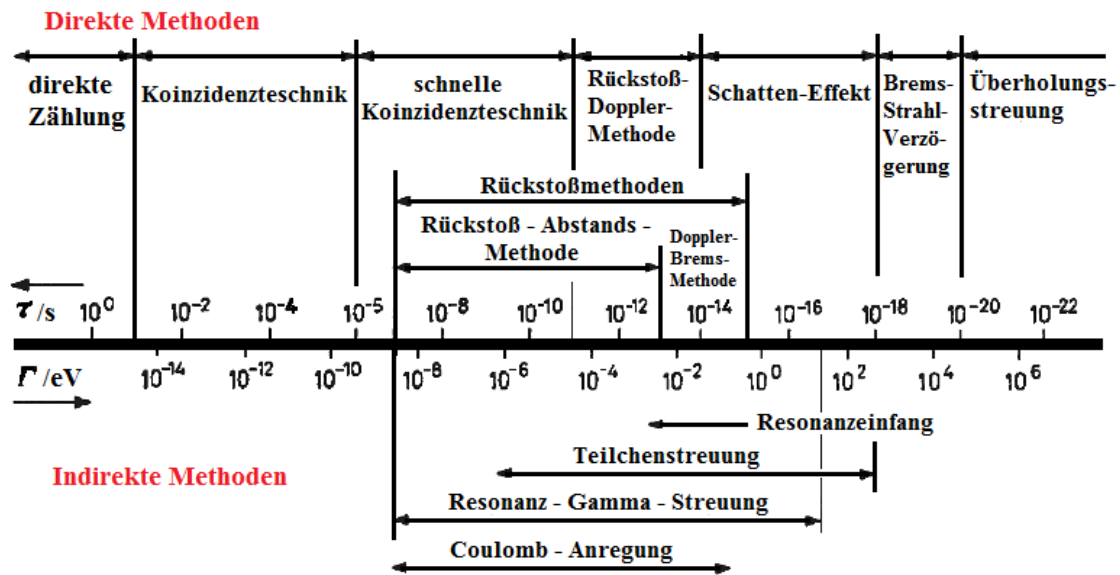


Abbildung 12: Methoden zur Lebensdauermessung von Kernzuständen und deren Einsatzbereich [?].

Man unterscheidet grundsätzlich „Direkte Methoden“ und „Indirekte Methoden“, von denen im Folgenden die Wichtigsten genauer dargestellt und erläutert werden sollen. Im vorliegenden Versuch wird die Methode der verzögerten Koinzidenzen eingesetzt, bei der es sich um eine direkte Methode handelt, weshalb der Schwerpunkt auf diesen Methoden liegen wird.

2.7.1 Direkte Methoden

Direkte Lebensdauermessung: Unter einer direkten Messung der Lebensdauer versteht man eine Messung, bei der die Lebensdauer über das Zerfallsgesetz – dem Zusammenhang zwischen Anzahl N , Aktivität A und Zerfallskonstante λ – oder über die Messung der Zerfallsprodukte bestimmt wird.

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N(t) \quad (49)$$

$$\int_{N_0}^N \frac{dN'}{N'} = \int_0^t -\lambda dt' \quad (50)$$

$$\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\lambda t \quad (51)$$

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (52)$$

$$\mathbb{A} = \left| \frac{dN}{dt} \right| \quad (53)$$

$$\mathbb{A} = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = \frac{N_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (54)$$

Die Messung der Lebensdauer eines Zustands kann – bei Lebensdauern im Bereich von Sekunden bis Stunden – einfach durch die Bestimmung der zeitlichen Änderung der Zerfallsrate erfolgen.

Koinzidenztechnik: Bei kürzeren Lebensdauern ($\tau \in [10^{-1} \text{ s}; 10^{-11} \text{ s}]$) müsste man unpraktikabel große Mengen des Zerfallenden Isotops bzw. Zustandes erzeugen, um noch ausreichend Statistik zu erhalten. Dieses Problem kann man umgehen, wenn man nicht die Anzahl der zerfallenen Zustände pro Zeiteinheit, sondern die Zeit zwischen einem Startpunkt und dem Zerfall des Zustands misst. Das ist jedoch nur möglich, wenn die Be- und Entvölkerung des zu untersuchenden Zustands richtig zugeordnet werden kann – man also relativ sicher gehen kann, dass man nicht die Bevölkerung des Niveaus im Kern a, aber die Abregung eines ganz anderen Kerns b beobachtet, der zu einer ganz anderen Zeit als a in das zu messende Niveau eingetreten ist.

Die genannte Bedingung ist am einfachsten realisierbar, wenn sowohl die Entstehung als auch der Zerfall des Niveaus fast *koinzident* sind – also der durchschnittliche Abstand zwischen zwei Ereignissen groß gegen die mittlere Lebensdauer des Niveaus ist.

Geht dem zu messenden Zerfall ein anderer angeregter Zustand voraus – wie z.B. das 0^- -Niveau bei ^{44}Sc – so kann die beim Zerfall des Vorzustands entstehende Strahlung als Startsignal für die Existenz des zu messenden Zustands verwendet werden, der Zerfall des Zustands stoppt dann die Zeitmessung.

Die Lebensdauer des zu messenden Zustands kann dann sowohl aus dem Mittelwert der gemessenen Zeitintervalle (messtechnisch sehr unsicher wegen Untergrund) als auch durch einen Fit an das Zerfallsgesetz (54) bestimmt werden.

Rückstoß-Methoden: Bei noch kürzeren Lebensdauern (10^{-7} bis 10^{-15} s) werden Methoden angewandt, die den Kernrückstoß zur Lebensdauerermessung nutzen. Hierbei gibt es drei Methoden:

Rückstoß-Abstands-Methode: Bei dieser Methode betrachtet man Kerne, die aus einem dünnen Präparat ins Vakuum gelangen. Hierbei ist die Geschwindigkeit über die kinematik

berechenbar. Misst man nun die Rate der emittierten Gammaquanten oder Elektronen, so lässt sich die Lebensdauer berechnen. Diese Methode eignet sich für Lebensdauern im Bereich von $[10^{-7} \text{ s}; 10^{-13} \text{ s}]$.

Rückstoß-Doppler-Methoden: Können die Rückstoßkerne frei ins Vakuum austreten, so kann vom Doppler-Effekt Gebrauch gemacht werden. Aufgrund der kurzen Lebensdauer zerfallen die Kerne in vielen Fällen im Flug. Manche Kerne werden allerdings in einem Auffänger am Ende der Flugbahn abgestoppt und zerfallen erst nachdem sie zur Ruhe gekommen sind. Im Gegensatz zu den γ -Quanten aus ruhenden Kernen sind γ -Quanten aus fliegenden Kernen Dopplerverschoben. Vergleicht man bei Kenntnis von Flugrichtung, Länge der Bahn vor dem Auffänger und Geschwindigkeit des Kerns die Zahl der Dopplerverschobenen und die Zahl der unverschobenen γ -Quanten, so kann man die mittlere Lebensdauer berechnen. Hiermit können Lebensdauern bis hinab zu 10^{-14} s bestimmt werden.

Doppler-Brems-Methode: Liegt die Lebensdauer im Bereich von nur $\tau \in [10^{-13} \text{ s}; 10^{-15} \text{ s}]$, lässt sich als Auffänger ein dickes Target verwenden, welches den Kern abbremst. Am Beginn der Abbremsung liefern die Rückstoßkerne hierbei eine Dopplerverschobene Linie, während die zur Ruhe gekommenen Kerne am Ende der Abbremsstrecke eine unverschobene Linie liefern. Ist der Abbremszeit im verwendeten Medium bekannt (z.B. Stoßionisation, die über die Bethe-Bloch-Gleichung beschrieben werden kann) und liegt im Bereich der Lebensdauer, so kann über die Häufigkeit einzelner Dopplerverschiebungen die Häufigkeit einer bestimmten Bremsstrecke bis zum Zerfall – und damit Eindringzeit ins Target – ermittelt werden. Die mittlere Lebensdauer ist hierbei die Summe aus mittlerer Eindringzeit und Flugzeit.

Messung von Lebensdauern $< 10^{-14} \text{ s}$: Um noch kleinere Lebensdauern zu messen muss man sich weiterer physikalischer Effekte bedienen, welche im folgenden nur kurz angesprochen werden sollen.

- **Schatten- oder Tulinoveffekt:** Nutzt die Blockierung von Rückgestreuten Teilchen zur Lebensdauerermessung ($10^{-14} \text{ s} - 10^{-18} \text{ s}$)
- **Bremsstrahl-Verzögerung:** Nutzt die Tatsache, dass die Geschwindigkeit der Quanten im Targetmedium im Vergleich zum Vakuum verringert ist. Die Lebensdauer wird über die Interferenz dieser Quanten bestimmt. ($10^{-18} \text{ s} - 10^{-20} \text{ s}$)
- **Überholstreuung:** Werden zwei Teilchen äußerst kurz ($\tau \leq 10^{20} \text{ s}$) hintereinander emittiert, und das zweite Teilchen ist schneller als das erste, so kann man die Lebensdauer aus der Überholstrecke D bestimmen: $\tau = \left\langle \frac{D}{v_1} - \frac{D}{v_2} \right\rangle (< 10^{-20} \text{ s})$

2.7.2 Indirekte Lebensdauerermessung

Indirekte Messungen der Lebensdauer basieren auf der Messung der Zerfallsbreite Γ , die über die Energie-Zeit-Unschärfe $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$ mit der Lebensdauer verknüpft ist, oder auf der Messung

einer reduzierten Übergangswahrscheinlichkeit. Tabelle 4 gibt einen Überblick, wie die natürliche Linienbreite mit der Lebensdauer eines Zustandes verknüpft ist.

τ/s	10^{-15}	10^{-12}	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	10^0
Γ/eV	$6,57 \cdot 10^{-1}$	$6,57 \cdot 10^{-4}$	$6,57 \cdot 10^{-7}$	$6,57 \cdot 10^{-10}$	$6,57 \cdot 10^{-13}$	$6,57 \cdot 10^{-16}$

Tabelle 4: Zusammenhang zwischen der natürlichen Linienbreite und der Lebensdauer [?].

Einige gebräuchliche Verfahren sind:

- **Die γ -Resonanzstreuung:** Dieses Verfahren beruht auf der Anregung von Zuständen mit einer definierten Energie E_0 durch Gammaquanten verschiedener Energien E_γ . Bei der Resonanzenergie ist dabei ein Minimum bei den durchgelassenen Energien zu beobachten. Da der Wirkungsquerschnitt mit der Linienbreite korreliert ist, kann diese hierüber berechnet werden.
- **Die Teilchenstreuung:** Auch bei der unelastischen Streuung von Teilchen können Resonanzkurven beobachtet werden, aus deren Resonanzbreite die Lebensdauer bestimmt werden kann.
- **Die Coulomb-Anregung:** Unter der Coulomb-Anregung versteht man die unelastische Streuung zweier Kerne über ihre elektromagnetischen Felder. Auch hier kann aus dem Anregungsquerschnitt auf die Linienbreite geschlossen werden.

Da im Versuch nur direkte Verfahren verwendet werden, sei für weitere Informationen an dieser Stelle auf [?], S. 468–469 verwiesen.

2.8 Die Methode der verzögerten Koinzidenzen

Nachdem im letzten Abschnitt ein Überblick über die verschiedenen Methoden zur Lebensdauerermessung gegeben wurde, soll in diesem Abschnitt nun die in diesem Versuch angewandte Messmethode der verzögerten Koinzidenzen erläutert werden, welche eine Umsetzung der bereits angesprochenen Koinzidenztechnik ist ⁷. Diese Methode ermöglicht zuverlässige Lebensdauerermessungen in Zeitskalen von Bruchteilen einer Sekunde bis hin zu etwa $10^{-10}s$.

Im Versuch soll die Lebensdauer des 67,9 keV-Niveaus von Scandium-44 bestimmt werden. Abbildung 13 gibt hierzu einen Überblick über den für den Zerfall relevanten Teil des Kernniveauschemas von Titan-44 und Scandium-44.

Scandium-44 entsteht im untersuchten Fall zu 100% durch einen Elektroneneinfang von Titan-44. Das in 99,6% der Zerfälle entstandene $^{44}\text{Sc}^{**}$ befindet sich auf dem 0^- -Niveau. Dieses Niveau wird in 96,4% der Fälle nach einer Halbwertszeit von 50,4 μs durch Emission von **M1- γ -Strahlung** auf das zu untersuchende 67,9 keV-Niveau (orange markiert) abgeregt. Die Detektion der **78,4 keV- γ -Strahlung** gibt damit ein sehr genaues Zeitsignal für die Bildung des 67,9 keV-Niveaus. Die weitere Abregung in den Grundzustand – und damit der Zerfall des 67,9 keV-Niveaus – wird durch die Detektion von **67,9 keV- γ -Strahlung** nachgewiesen. Aus der Häufigkeitsverteilung der

⁷ vgl. S. 25

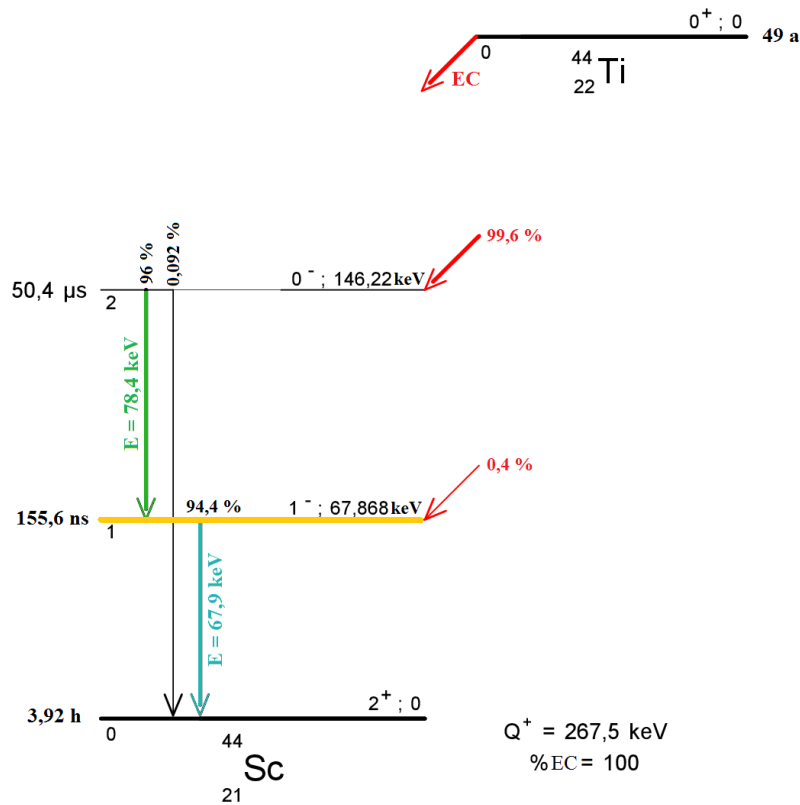


Abbildung 13: Kernniveauschema von $^{44}_{22}\text{Ti}$ und $^{44}_{21}\text{Sc}$. Kommt es in einem Titan-44 Kern zu einem Elektroneneinfang, so wandelt sich ein Proton in ein Neutron um und der Kern geht in 100% der Fälle in ein doppelt angeregtes Niveau von Scandium-44 über (rote Pfeile). Die Zeitangaben an den Zuständen entsprechen jeweils der Halbwertszeit und der prozentuale Wert gibt die Übergangswahrscheinlichkeit an. Abbildung verändert, aus: [?]

Zeitspanne zwischen beiden Signalen können schließlich Lebensdauer und Halbwertszeit des Zustands ermittelt werden. Diese Halbwertszeit ist in der Literatur mit 155,6 ns angegeben [?].

Um die beiden Signale eindeutig einer Zerfallskaskade zuzuordnen zu können müssen diese Koinzident nachgewiesen werden. Da das zweite Gammaquant auf Grund der Lebensdauer des zu Untersuchenden Zustandes jedoch später emittiert wird als das Erste, muss das Signal des Detektors, welcher das erste Quant detektiert um die Lebensdauer des zu untersuchenden Zustandes verzögert werden, um eine Koinzidenz zu ermöglichen. Aus diesem Grund spricht man hierbei von der Methode der „verzögerten Koinzidenzen“.

2.8.1 Auswertungsverfahren

Zur Auswertung der Lebensdauerermessung nach der Methode der verzögerten Koinzidenzen trägt man die Häufigkeitsverteilung der Zeitintervalle zwischen dem durch die Detektoren produzierten Start- und Stoppsignal in ein Diagramm auf (Abszisse: Zeit zwischen Start und Stoppsignal, Ordinate: Häufigkeit).

Theoretische Form des Zeitspektrums ohne Untergrund: Theoretisch setzt sich das Zeitspektrum $F(t)$ unter Vernachlässigung des Untergrundes aus einer Faltung der normierten Zerfallsfunktion des radioaktiven Zerfalls mit der auf Eins normierten Apparatfunktion $P(t - \tilde{t})$ des Detektors zusammen. Es wird hierbei im Folgenden angenommen, dass der angeregte Zustand bei $\tilde{t} = 0$ gebildet wird. Für die normierte Zerfallsfunktion gilt:

$$f(\tilde{t}) = \begin{cases} 0 & \text{für } \tilde{t} < 0 \\ \frac{e^{-\frac{\tilde{t}}{\tau}}}{\tau} & \text{für } \tilde{t} \geq 0 \end{cases} \quad (55)$$

Wobei τ die mittlere Lebensdauer des Zustandes angibt. Die Faltung mit der Apparatfunktion liefert:

$$F(t) = \int_{\tilde{t}=-\infty}^{+\infty} f(\tilde{t})P(t - \tilde{t})d\tilde{t} = \frac{1}{\tau} \int_{\tilde{t}=0}^{+\infty} e^{-\frac{\tilde{t}}{\tau}}P(t - \tilde{t})d\tilde{t} \quad (56)$$

Die Apparatfunktion $P(t - \tilde{t})$ das ein Gammquant, welches zur Zeit t emittiert wurde zur Zeit \tilde{t} vom Detektor nachgewiesen wird. Das durch die Funktion $P(t)$ gegebene Zeitspektrum repräsentiert dabei eine „**prompte Kurve**“ (zeitliche Koinzidenzverteilung gleichzeitiger Emissionsereignisse).

Durch partielle Integration von Gleichung 56 ergeben sich schließlich die folgenden Zusammenhänge:

$$\frac{dF(t)}{dt} = -\frac{1}{\tau}[F(t) - P(t)] \quad (57)$$

und

$$\frac{d \ln(F(t))}{dt} = -\frac{1}{\tau} \left[1 - \frac{P(t)}{F(t)} \right] \quad (58)$$

Die Anzahl der gemessenen Ereignisse nimmt demnach bei fortschreitender Zeit exponentiell ab, da die Anzahl der Zustände im 67,9 keV-Niveau und die Häufigkeit der speziellen Lebensdauer Δt eines Kerns proportional sind. Stellt man das Zeitspektrum $F(t)$ halblogarithmisch dar, so erhält man den Fall aus Gleichung 58 und die Lebensdauer τ lässt sich aus dem linearen Abfall von $\ln(F(t))$, welcher sich ergibt, wenn $P(t)/F(t)$ klein wird, leicht bestimmen. Der Restanteil von $P(t)/F(t)$ stellt hierbei einen im individuellen Fall zu diskutierenden systematischen Fehler dar.

Einfluss realer Faktoren: Im realen Experiment kommt hinzu, dass stets neben den relevanten Ereignissen auch zufällige Koinzidenzen und andere Untergrundereignisse detektiert werden, welche mit der theoretischen Häufigkeitsverteilung überlagert sind.

Um den gesamten exponentiellen Abfall zu registrieren und die Größe des prompten Peaks abschätzen zu können, verzögert man das Stopp-Signal um einen konstanten Zeitbetrag t_D ,

welcher etwas größer als die Lebensdauer des zu untersuchenden Zustandes ist. Hierdurch verschiebt sich die theoretisch hergeleitete Funktion um $(t_D - \tau)$ zu größeren Zeiten.

Die gesamte Messkurve ist in der Realität auf Grund der nicht verschwindenden Zeitauflösung der Detektoren, von einem konstanten Untergrund im gesamten Messbereich überlagert, welcher durch zufällige Koinzidenzen von unkorrelierten Ereignissen zu Stande kommt.

Weiterhin werden Zeitintervalle in die Messung aufgenommen, bei denen das Stopp-Signal um bis zu t_D vor dem Startsignal lag. Ist die Differenz zwischen den Zeitpunkten größer als die Messungenauigkeit, muss es sich entweder um Untergrundrauschen – Falschzuordnungen von Start- und Stoppsignalen, die aus verschiedenen Kernen kommen – oder um die Falschzuordnung von Start- und Stoppsignalen aus *einem* Kern handeln. Die Häufigkeit letzterer Ereignisse wird mit $\Delta t \rightarrow t_D$ exponentiell zunehmen.

Qualitativer Verlauf der Messkurve: Aus den diskutierten Komponenten des erwarteten Spektrums ergibt sich aus der Überlagerung die in Abbildung 14 dargestellte Messkurve.

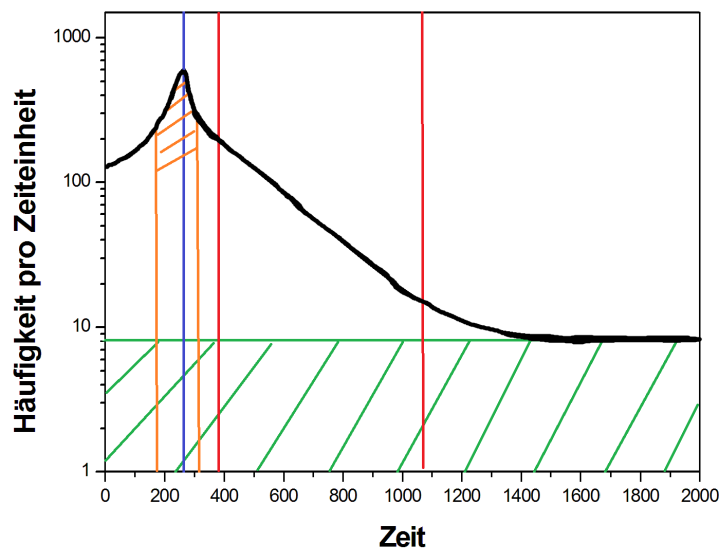


Abbildung 14: Erwartete experimentelle Messkurve als Überlagerung verschiedener Beiträge.

Die erwartete experimentelle Messkurve zeigt die verschiedenen Beiträge. Der grün markierte Bereich stellt die Untergrundereignisse dar. Weiterhin stellt der orange schraffierte Bereich um den durch die blaue Linie gekennzeichneten Peak, den Bereich dar, in welchem die prompte Kurve dominiert. Der exponentielle Anstieg im Bereich zuvor kommt durch die beschriebene Falschzuordnung von Start- und Stoppsignal der aus *einem* Kern stammenden Ereignisse zu Stande. Bei größeren Zeiten wird schließlich der exponentielle bzw. in der angegebenen logarithmischen Darstellung, lineare Abfall beobachtet, durch dessen Fit die Lebensdauer bestimmt werden kann.

Einer genauere Beschreibung aufgenommenen Daten erfolgt im Kapitel *Ergebnisse*, da sie dort neben den abgebildeten Spektren leichter verständlich ist.

Weitere Analyseverfahren: Das bereits beschriebene Verfahren ist in der Praxis nur Anwendbar, wenn das verzögerte Zeitspektrum deutlich über das prompte Zeitspektrum hinausreicht, da sonst mit erheblichen Messfehlern gerechnet werden muss. Neben dem Fit der Messwerte an eine Zerfallsfunktion (exponentieller Fit in linearer Darstellung, linear Fit in halblogarithmischer Darstellung) gibt es noch andere Verfahren, aus dem gemessenen Verzögerungsspektrum die Lebensdauer zu ermitteln. Da die Verfahren teilweise schlechtere, teilweise nur vergleichbare Werte liefern, aber mit höherem Aufwand und größerer Fehleranfälligkeit verbunden sind, sei hier nur kurz eine Aufstellung der Verfahren gegeben. Sowohl das Bay-Birk als auch das Weaver-Bell Verfahren ist in unserem Experiment überhaupt nicht anwendbar, da der verwendete Detektor die Be- nicht von der Entvölkerung des Zustands unterscheiden kann. Auf diese Verfahren soll hier, da sie bei der Auswertung nicht angewandt werden, nicht weiter eingegangen werden.

Newton Integration des Zeitspektrums bis zu einem bestimmten Punkt. Aus dem Integral kann die Lebensdauer bestimmt werden.

Bay-Birk Bestimmung der Lebensdauer aus Momenten der Verteilung.

Weaver-Bell Bestimmung der Lebensdauer aus Momenten und dem Schwerpunkt der Verteilung.

3 Experimenteller Aufbau und Durchführung

In diesem Abschnitt soll der experimentelle Aufbau sowie die verwendete elektronische Auslese der Detektoren beschrieben werden. Da bei den einzelnen Schritten zum Einstellen, Optimieren und Kallibrieren der Elektronik verschiedene Verkabelungen und Komponenten benötigt werden, sollen zunächst die Komponenten beschrieben werden, während die individuellen Blockschaltbilder dann in den einzelnen Schritten angegeben werden. Weiterhin wird in diesem Abschnitt auf die Durchführung des Experiments eingegangen.

3.1 Anordnung der Detektoren

Zur Durchführung des Versuchs wird der selbe Aufbau wie im Versuch " $\gamma - \gamma$ -Winkelkorrelation" verwendet. Allerdings werden hier die beiden NaJ:Tl - Szintillationsdetektoren unter einem festen Winkel von 180° zueinander angeordnet. Das ^{44}Ti Präparat wird auf der Halterung in der Mitte zwischen den beiden Detektoren angebracht. Abbildung 15 zeigt ein Foto des realen Versuchsaufbaus.

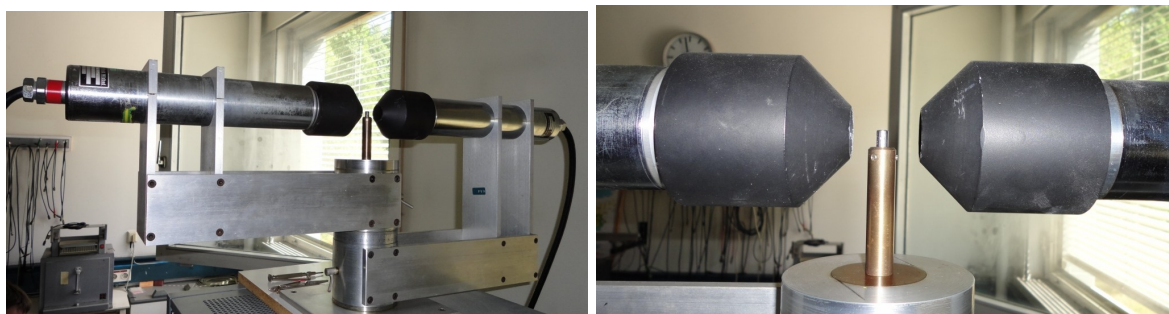


Abbildung 15: Foto des realen Aufbaus zur Koinzidenzmessung. Links: Kompletter Aufbau mit beiden Detektoren. Rechts: Detailansicht der Quellenhalterung und der Kollimatoren.

Der erste Detektor (blauer Zweig) wird mit einer Hochspannung von $+620\text{ V}$ betrieben, während der zweite Detektor (roter Zweig) eine Hochspannung von $+810\text{ V}$ erhält.

3.2 Module der Ausleseelektronik

Im Folgenden sollen zunächst die einzelnen Module genauer erläutert werden,.

Spectroscopic Amplifier (Verstärker): Der Verstärker vom Typ ORTEC 471 wirkt durch Differentiation und Integration des Pulses zusätzlich zur Verstärkung des Signals um einen einstellbaren Faktor, als Signalformer. Er gibt die Signale auf $50\ \Omega$ Ausgangswiderstand als deutlich schmalere Pulse aus.

Analog zu Digitalwandler (ADC): Der ADC wandelt die Höhe bzw. die Fläche des eingehenden Analogsignals in einen zum Eingangssignal proportionalen digitalen Wert um. Der

im Versuch verwendete ADC wurde auf einen Messbereich von 1024 Kanälen eingestellt. Die vom ADC generierte digitale Information kann schließlich über eine geeignete Schnittstelle zur Weiterverarbeitung an den PC übertragen werden. Wird der ADC im Koinzidenzmodus betrieben, so wird für das Eingangssignal nur ein digitalisierter Puls ausgegeben, wenn gleichzeitig am **Gate**-Eingang ein NIM-Signal anliegt.

TPC: Ein Time-to-Pulse-Height-Converter misst die Zeit zwischen einem Start- und einem Stopp-Puls. Die Zeitdifferenz wird als Rechteck-Puls ausgegeben, dessen Höhe proportional zur Zeitdifferenz ist. In diesem Versuch ist der TPC auf einen Zeitbereich von 200 μs ausgelegt, was 8 V Ausgangsspannung entspricht.

Timing SCA (Einkanalanalysator): Der Einkanalanalysator prüft, ob die Höhe des Eingangssignals innerhalb eines bestimmten einstellbaren Bereichs liegt. Im vorliegenden Fall kann sowohl eine untere Schwelle als auch eine Breite des Fensters in welchem die Signale akzeptiert werden vorgegeben werden. Liegt ein Signal im entsprechenden Fenster, so gibt der SCA ein wohldefiniertes logisches Signal (NIM-Signal [-0,6 V]) aus. Der SCA ermöglicht es also gewisse Energiebereiche aus dem Spektrum auszuwählen, was für die geplante Koinzidenzmessung der Gammaquanten in einem bestimmten Energiebereich unerlässlich ist.

Gate and Delay Generator: Das logische Delay-Modul ermöglicht es, ein logisches Signal (hier NIM) auf elektronischem Weg um eine gewisse Zeit zu verzögern. Am Ausgang wird wieder ein NIM-Signal zur Verfügung gestellt. Im Gegensatz hierzu gibt es auch Delay-Module, welche auf langen, aufgewickelten Kabeln beruhen und die Kabellaufzeit als Verzögerung liefern. Diese sind die einzige Möglichkeit, ein analoges Signal zu verzögern, eignen sich jedoch nur bedingt für digitale Signale und kommen hier nicht zum Einsatz.

3.3 Versuchsdurchführung

Nachdem der grundlegende Aufbau erläutert wurde, soll nun auf die Versuchsdurchführung eingegangen werden, in deren Rahmen auch die Blockschaltbilder der Ausleselektronik dargestellt werden.

3.3.1 Messung des γ -Spektrum von ^{44}Ti

Zuerst wird das gesamte von ^{44}Ti und seinem Zerfallsprodukt ^{44}Sc emittierte γ -Spektrum aufgenommen. Das Endprodukt der Zerfallskette ^{44}Ca ist stabil und emittiert daher keine weiteren Gammaquanten.

Zur Messung wird eine klassische γ -Spektroskopie-Schaltung verwendet (Abbildung 16). Das Signal des Szintillationsdetektors wird hierbei zunächst durch einen Hauptverstärker verstärkt und anschließend von einem ADC digitalisiert und an den PC übergeben. Hier wird ein spezielles Programm (MCA) genutzt um die Histogramme darzustellen und zu analysieren. Das „conversion

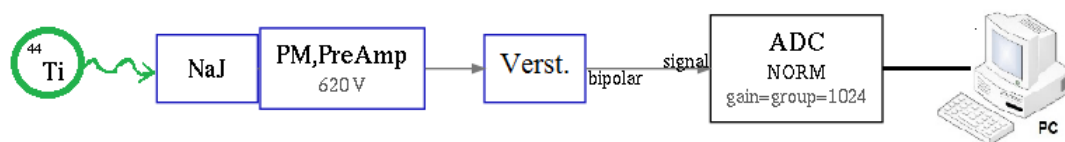


Abbildung 16: Blockschaltbild zur Messung von Gammaskpektren (Verst. := Hauptverstärker, ADC := Analog zu Digitalwandler).

gain“ und die „group“ des ADC wurden jeweils auf 1024 Kanäle gestellt. Der Hauptverstärker wurde so eingestellt, dass der komplette Messbereich durch die relevanten Peaks ausgenutzt wird. Weiterhin wurden die vom Verstärker kommenden Signale mit dem Oszilloskop betrachtet.

Zur Interpretation des Spektrums betrachtet man das komplette Zerfallsschema von Titan-44 über Scandium-44 in Calcium-44, welches in Abbildung 17 dargestellt ist.

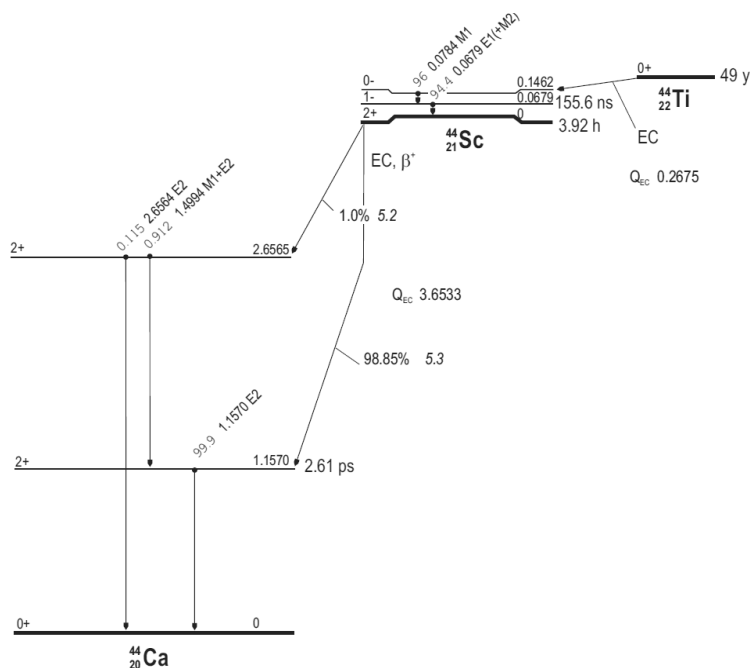


Abbildung 17: Zerfallsschema des ^{44}Sc -Grundzustands. ^{44}Sc zerfällt in $^{44}\text{Ca}^*$ (1157 keV), das nach 2,61 ps unter E2- γ -Emission in den Calcium-44 Grundzustand übergeht. Abbildung verändert nach [?]

Abbildung 17 zeigt, dass das Gammaskpektrum neben den beiden dicht nebeneinander liegenden Gammalinien des Zerfalls von Titan-44 in Scandium-44 noch zwei weitere Linien mit hoher Intensität enthält. Die erste kommt durch den β^+ -Zerfall von Scandium-44 und die anschließende annihilation des Positrons in zwei Gammaquanten mit einer Energie von 511 keV zu Stande. Die zweite Linie liegt bei 1157 keV und kommt durch den anschließenden Gammazerfall des 2^+ Zustandes in den Grundzustand (0^+) von Calcium-44 zu Stande.

3.3.2 Einstellung und Test des SCA

Anhand der 511 keV-Linie kann die Funktionsweise der beiden SCA getestet werden. Unter Zuhilfenahme des zuvor gemessenen Spektrums (Abbildungen 22, 23) werden hierzu die Energiefenster der SCA auf die 511 keV-Annihilationsstrahlung eingestellt (Abbildung 18).

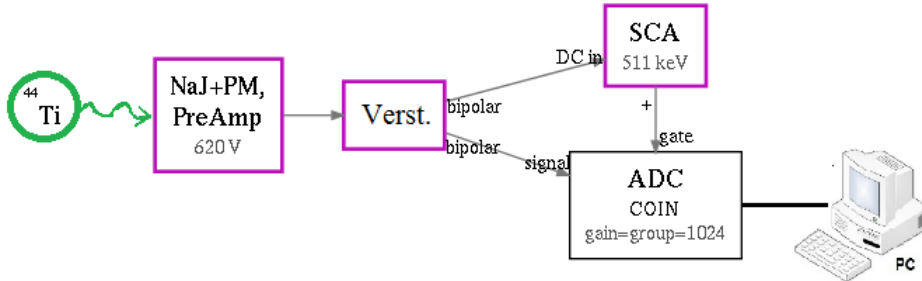


Abbildung 18: Blockschaltbild zur Verwendung eines Einkanalanalysators.

Um den Effekt des SCA deutlich zu machen, wird das Ausgangssignal des Verstärkers sowohl an den SCA als auch an den ADC übergeben. Der SCA gibt genau dann einen NIM-Puls aus, wenn die γ -Strahlung angesichts ihrer Energie möglicherweise aus einer e^+e^- -Annihilation stammt. Da sich der ADC im Koinzidenzmodus befindet, wird die Amplitude des Verstärkersignals (also die Energie der γ -Strahlung) nur digitalisiert, wenn der SCA einen Puls liefert.

Der blaue SCA dient im nächsten Versuchsteil auch zur Kalibration des TPC. Er begrenzt dort die einfallende Strahlung auf 511 keV γ -Strahlung, sodass für die Kalibration nur Signale mit vergleichbarer Höhe verwendet werden.

3.3.3 Kalibrierung des TPC

Zur Kalibrierung des TPC wird ein Gate&Delay-Generator mit einstellbarem Delay verwendet. Dieser wird gemäß dem Blockschaltbild in Abbildung 19 in die Schaltung integriert.

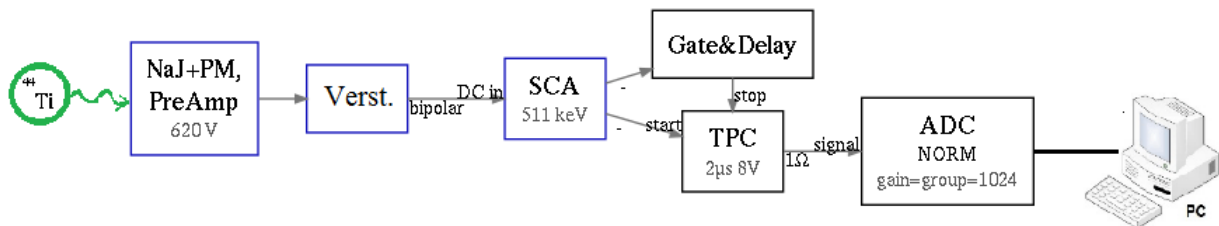


Abbildung 19: Blockschaltbild zur Kalibrierung eines TPC.

Das Ausgangssignal des Verstärkers wird hierzu zunächst in den zuvor auf den 511 keV Peak des Spektrums eingestellten SCA gespeist. Akzeptiert der SCA ein Signal, so wird das logische Ausgangssignal (NIM) des SCA mittels eines BNC T-Stückes gesplittet. Eines der identischen Signale wird direkt als Startsignal des TPC verwendet, während das andere durch den Gate&Delay-Generator verzögert wird und mit wohldefinierter Verzögerung als Stoppsignal

dient. Der TPC wandelt in die Zeitdifferenz zwischen Start und Stopp in eine Impulshöhe um, welche anschließend an den ADC (NORM-Modus) übergeben und von diesem digitalisiert wird.

Zur Kalibration des TPC wird am Delay-Generator eine Verzögerung von $n \cdot 100\text{ ns}$ mit $n = 1 \dots 11$ eingestellt. Im Zeitspektrum erhält man daher Peaks bei diskreten Kanalnummern. Die Kanalnummern des TPC⁸ können daraufhin einer Verzögerung zugeordnet werden. Die Korrelation beider Größen ist durch die Geradengleichung 59 gegeben, welche durch einen Fit ermittelt werden kann.

$$\Delta t(K) = s \cdot K + o \tag{59}$$

3.3.4 Messung der prompten Kurve

Zur Bestimmung der Zeitauflösung der Elektronik soll im nächsten Schritt die prompte Kurve aufgenommen werden. Hierzu werden die bereits in den letzten beiden Abschnitten betrachteten 511 keV Annihilationsquanten betrachtet. Da diese stets gleichzeitig entstehen und unter einem Winkel von 180° emittiert werden, können sie von den beiden Detektoren koinzident nachgewiesen werden. Abbildung 20 das Blockschaltbild der verwendeten Elektronik.

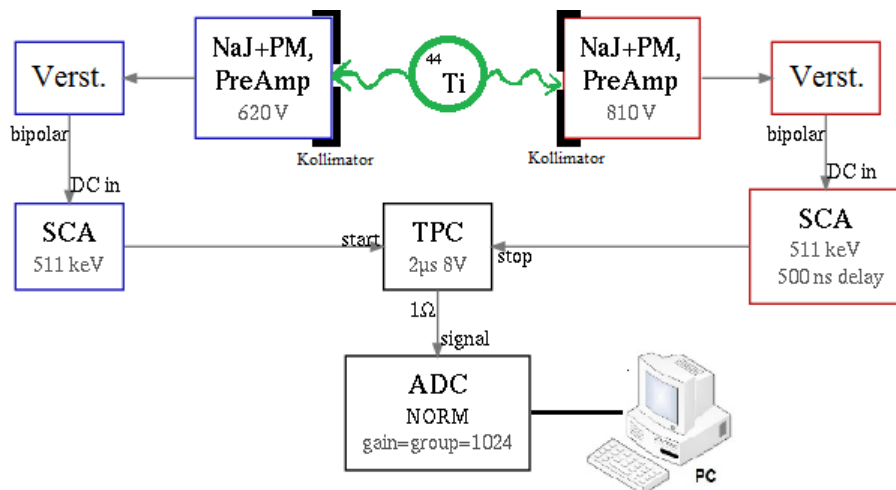


Abbildung 20: Blockschaltbild zur Messung der prompten Kurve. Um sicherzustellen, dass nur Quanten registriert werden, welche unter einem Winkel von 180° emittiert wurden, werden die beiden Szintillatoren durch einen Kollimator mit einer schmalen Öffnung in der Mitte abgeschirmt.

Die Signale der beiden Detektoren werden zunächst unabhängig voneinander verstärkt. Die so erhaltenen Signale werden nun jeweils an einen SCA übergeben, welcher nur ein logisches Signal (NIM) liefert, wenn das Signal im Bereich des 511 keV Peaks liegt. Während das Signal des blauen Zweiges direkt als Startsignal des TPC eingesetzt wird, wird erfährt das Signal des roten zweiges durch die Delay-Funktion des SCA eine Verzögerung von etwa 500 ns. Die Zeitdifferenz

⁸Streng genommen handelt es sich natürlich um Kanalnummern, die durch den ADC aus der Pulshöhe des vom TPC abgegebenen Pulses ermittelt und an den MCA weitergeleitet werden. Diese Konstellation wird im Folgenden vereinfachend als *TPC-Kanal* bezeichnet.

zwischen beiden Signalen wird von TPC und ADC in eine Kanalnummer umgerechnet. Es wird also gemessen, mit welcher Zeitverteilung die beiden gleichzeitig emittierten 511 keV γ -Quanten detektiert werden.

Die Ereignisse sollten in einer schmalen Gauss-Verteilung – einer Faltung der reellen Zeitverteilung mit der Apparatefunktion – mit konstantem Untergrund um den Kanal liegen, für den im vorigen Versuchsteil eine Verzögerung von 500 ns gemessen wurde. Die Breite der Gauss-Verteilung ist ein Maß für die Zeitauflösung des Versuchsaufbaus. Der Mittelpunkt der Verteilung ist ein Maß für die absolute Zeitdifferenz zwischen Start- und Stoppsignal. Würde man die Verzögerung im SCA vergrößern oder verkleinern, so würde die prompte Kurve nach rechts oder links wandern.

3.3.5 Rekalibrierung der SCA

Bevor die Messung der Lebensdauer durchgeführt werden kann, müssen die Fenster der beiden SCA zunächst auf die beiden relevanten Linien eingestellt werden. Mit der Schaltung aus Abbildung 18 wird das Energiefenster beider SCA hierzu auf die Linien bei 78,4 keV (Bevölkerung) und 67,9 keV (Entvölkerung) justiert.⁹ Dies geschieht unter Vergleich mit den bereits aufgenommenen γ -Spektren beider Detektorzweige (vgl. Abbildungen 22, 23). Die Signalverzögerung im roten SCA wird zu diesem Zweck temporär wieder auf das Minimum reduziert.

Die beiden Linien sind auf Grund der unzureichenden Energieauflösung der Szintillationsdetektoren als ein unaufgelöstes Maximum in der Nähe von Kanal 100 zu erkennen, so dass das Fenster beider SCA auf den Überlagerungspeak der beiden Linien eingestellt wird.

Nach Abschluss der Kalibrierung filtert der SCA hauptsächlich die γ -Strahlung der gewünschten Energien heraus. Außer den beiden markierten Linien liegen wie man Abbildung 17 entnehmen kann, keine weiteren Energien der Zerfallskette $^{44}\text{Ti} \rightarrow ^{44}\text{Sc} \rightarrow ^{44}\text{Ca}$ im Fensterbereich des SCA.

3.3.6 Messung der Lebensdauerkurve

Zur Messung der Lebensdauer wird die Schaltung zur Zeitmessung (Abbildung 20) wieder aufgebaut. Im Unterschied zur Messung der prompten Kurve sind die SCA jetzt jedoch nicht auf 511 keV sondern auf die beiden γ Linien bei 78,4 keV und 67,9 keV eingestellt.

Diese beiden γ -Linien dienen im blauen Detektorzweig als Start-, im roten als Stoppsignal. Das Stoppsignal im roten Zweig erfährt im SCA etwa 500 ns Verzögerung. Der TPC wandelt in die Zeitdifferenz zwischen Start und Stopp in eine Impulshöhe um, die von ADC in eine Kanalzahl übersetzt und an den PC übergeben wird.

Aus der Kanalzahl lässt sich anhand der bereits durchgeführten TPC-Zeiteichung die Summe aus der gemessenen Lebensdauer des Zustands und der SCA-Verzögerung berechnen. Aus der Verteilung der Häufigkeiten der Messwerte kann schließlich, mit der bereits erläuterten Methode, die mittlere Lebensdauer τ berechnet werden.

⁹Zugehöriges Kernniveauschema: Abbildung 17

4 Ergebnisse

In diesem Abschnitt werden die mit den im letzten Abschnitt beschriebenen experimentellen Aufbauten und Methoden gewonnen Ergebnisse dargestellt und analysiert.

4.1 Darstellung der Signalform nach dem Hauptverstärker

Am unipolaren Ausgang des Verstärkers konnten mit dem Oszilloskop die in [Abbildung 21](#) dargestellten Signalformen beobachtet werden. Diese sind für beide Detektoren ähnlich, so dass hier nur die Signalform eines Detektors gezeigt wird.

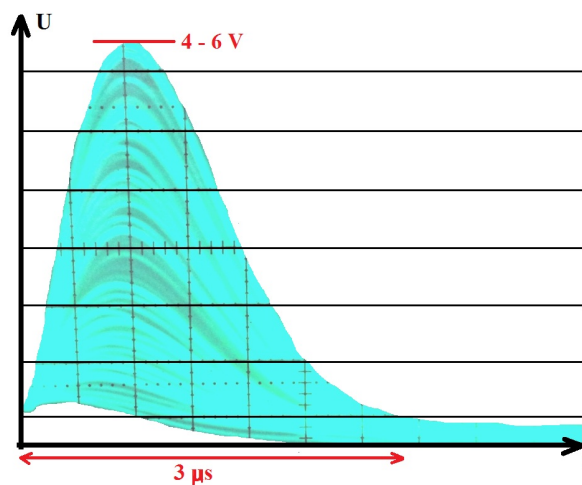


Abbildung 21: Darstellung der am unipolaren Ausgang des Verstärkers mit dem Oszilloskop beobachteten Signalform des ^{44}Ti - Präparats.

Die Abbildung zeigt, dass die Amplitude der nach dem Verstärker zu beobachtenden Signale bei etwa 4 - 6 V liegt während die Signallänge mit $3\mu\text{s}$ abgeschätzt werden kann.

4.2 Messung des γ -Spektrums von ^{44}Ti

In [Abbildung 22](#) und [23](#) sind die mit den beiden Szintillationsdetektoren aufgenommenen Energiespektren des Titan-44 Präparats dargestellt. Es wird deutlich, dass sich die γ -Linien bei $78,4\text{keV}$ und $67,9\text{keV}$ und die charakteristische Röntgenstrahlung (siehe [Tabelle 6](#)) überlagern am niederenergetischen Rand des γ -Spektrums überlagern. Klar zu identifizieren sind jedoch die Annihilationsstrahlung des emittierten Positrons (511keV) sowie die 1157keV -Linie des Calciums. Weiterhin ist im Bereich energetisch unterhalb des 1157keV Photopeaks und des 511keV Peaks der zu den jeweiligen Primärenergien gehörende Compton-Untergrund zu erkennen, welcher jeweils mit der Compton-Kante beginnt. Hierbei ist insbesondere anzumerken, dass ein Teil des Compton-Untergrundes des 511keV Peaks, die beiden für die Lebensdauermessung relevanten Peaks bei $78,4\text{keV}$ und $67,9\text{keV}$ überlagert und daher bei der Betrachtung des systematischen Fehlers berücksichtigt werden muss.

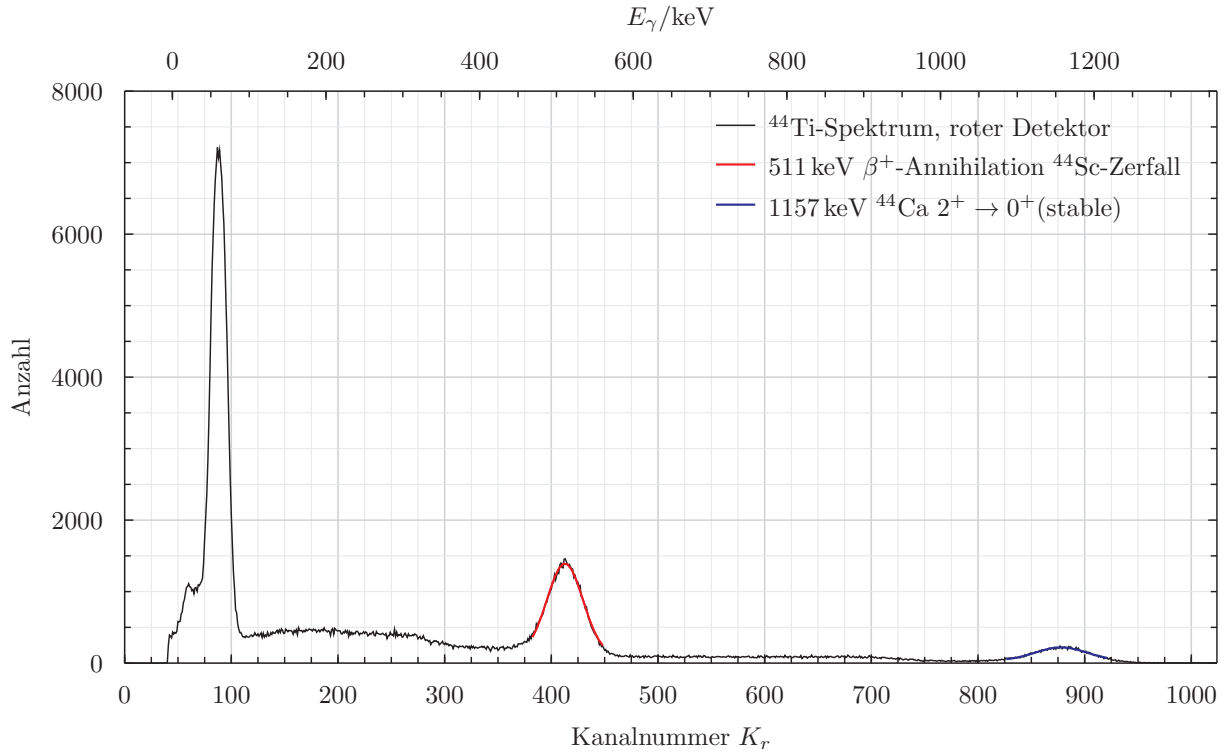


Abbildung 22: γ -Energie-Spektrum von ^{44}Ti und seinen Zerfallsprodukten, aufgenommen mit dem „roten“ Detektor. Den Kanalzahlen wurde anhand der 511 keV und 1157 keV-Linien linear eine Energie zugeordnet.

Anhand der 511 keV-Annihilationslinie und der 1157 keV-Calcium-Linie können die Spektren beider Detektoren auf die Energie geeicht werden. Die Zuordnung der Kanalzahlen zu Energien erfolgt mittels der Geradengleichung (60).

$$E(K) = E_{511} + \frac{E_{1157} - E_{511}}{K_{1157} - K_{511}} \cdot (K - K_{511}) \quad (60)$$

mit

$$E_{511} = 510,999 \text{ keV} \quad K_{511} := \text{mittlere Kanalzahl 511 keV } \gamma \quad (61)$$

$$E_{1157} = 1157,039 \text{ keV} \quad K_{1157} := \text{mittlere Kanalzahl 1157 keV } \gamma \quad (62)$$

Der systematische Skaleneffehler der Energieeichung berechnet sich nach Gauß-Fehlerfortpflanzung dementsprechend zu

$$\sigma E_{\text{Skala}}(K) = \sqrt{\left(\frac{(E_{1157} - E_{511})(K - K_{511})}{(K_{1157} - K_{511})^2} + \frac{E_{1157} - E_{511}}{K_{1157} - K_{511}} \right)^2 \sigma(K_{511})^2 \dots} \quad (63)$$

$$\dots + \frac{(E_{1157} - E_{511})^2 (K - K_{511})^2}{(K_{1157} - K_{511})^4} \cdot \sigma(K_{11})^2$$

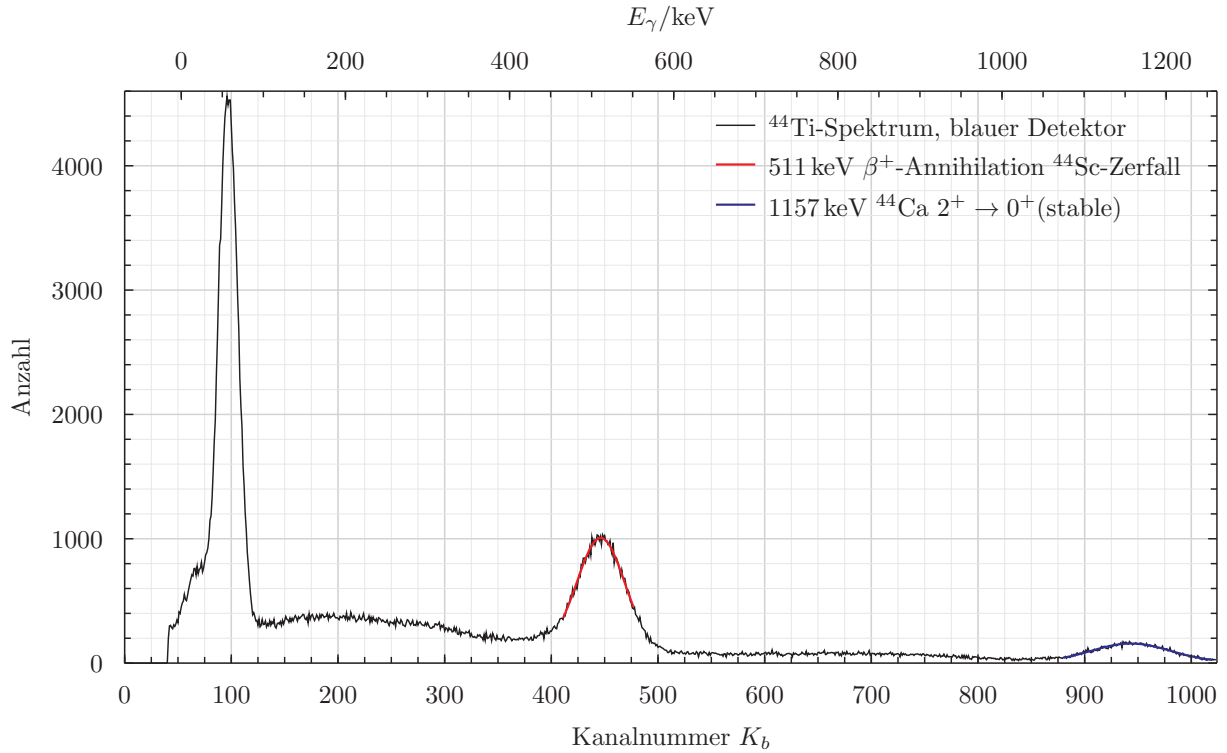


Abbildung 23: γ -Energie-Spektrum von ^{44}Ti und seinen Zerfallsprodukten, aufgenommen mit dem „blauen“ Detektor. Den Kanalzahlen wurde anhand der 511 keV und 1157 keV-Linien linear eine Energie zugeordnet.

Er liegt bei den beiden zur Lebensdauermessung nachzuweisenden Quanten im Bereich von etwa 0,4 keV ... 0,5 keV. Neben dem systematischen Skalenfehler existiert ein statistischer Fehler: Die begrenzte Energieauflösung des Detektors wirkt sich nachteilig auf die Identifikation der Photopeaks aus.

Um die Energieauflösung des Detektors abzuschätzen, verwenden wir die Breite des 511 keV Photopeaks der Annihilationsquanten. Dieses Maximum ist neben der Verbreiterung durch geringe Energieauflösung auch durch den Dopplereffekt verbreitert, da Positronen und Elektronen in Materie nicht im Stillstand annihilieren. Diesen Beitrag kompensieren wir durch Abzug der Dopplerbreite¹⁰ $\sigma E_{511}^{\text{D}} \approx 1,5 \text{ keV} \cdot [?]$.

Die Energieauflösung des Detektors bei einer Quantenenergie von 511 keV beträgt demnach:

$$\sigma(511 \text{ keV}) = \sqrt{\left(\frac{E_{1157} - E_{511}}{K_{1157} - K_{511}} \cdot \sigma(K_{511})\right)^2 - \sigma(E_{511}^{\text{D}})^2} \quad (64)$$

$$\sigma(511 \text{ keV})_{\text{rot}} = \sqrt{(1,388 \text{ keV} \cdot 16,83)^2 - \sigma(E_{511}^{\text{D}})^2} = 23,3 \text{ keV} \quad (65)$$

$$\sigma(511 \text{ keV})_{\text{blau}} = \sqrt{(1,300 \text{ keV} \cdot 22,18)^2 - \sigma(E_{511}^{\text{D}})^2} = 28,8 \text{ keV} \quad (66)$$

¹⁰Die Stärke des Dopplereffekts ist abhängig vom verwendeten Material. Für GaAs wird beispielsweise in [?] bestimmt, dass die Dopplerbreite bei 2,76 ... 4 keV liegt.

Da die absolute Energieauflösung eines Szintillationsdetektors auf Grund der Photonostatistik in erster Näherung proportional zu \sqrt{E} ist, kann hiermit die Energieauflösung bei 70 keV abgeschätzt werden. Diese ergibt sich mit der angegebenen Proportionalität näherungsweise zu:

$$\sigma(70\text{keV})_{\text{rot}} \approx \frac{\sqrt{70\text{keV}}}{\sqrt{511\text{keV}}} \cdot \sigma(511\text{keV})_{\text{rot}} \approx 0,37 \cdot \sigma(511\text{keV})_{\text{rot}} \approx 8,6\text{ keV} \quad (67)$$

$$\sigma(70\text{keV})_{\text{blau}} \approx \frac{\sqrt{70\text{keV}}}{\sqrt{511\text{keV}}} \cdot \sigma(511\text{keV})_{\text{blau}} \approx 0,37 \cdot \sigma(511\text{keV})_{\text{blau}} \approx 10,7\text{ keV} \quad (68)$$

Die beiden γ -Linien bei 67,9 keV und 78,4 keV überlagern sich angesichts ihres Energieunterschieds von nur 8,5 keV in den Kanälen des Detektors also derart, dass es *unmöglich* ist, sie zu unterscheiden. Dies deckt sich mit der Beobachtung aus den Abbildungen 22 und 23.

4.3 Einstellung und Test des SCA

Auf die in Abschnitt 3.3.2 dargestellte Weise separieren wir nun mittels eines SCA den 511 keV Photopeak des ^{44}Ti - γ -Spektrums (Abbildungen 24 und 25), welcher durch die e^+e^- -Annihilation zu Stande kommt.

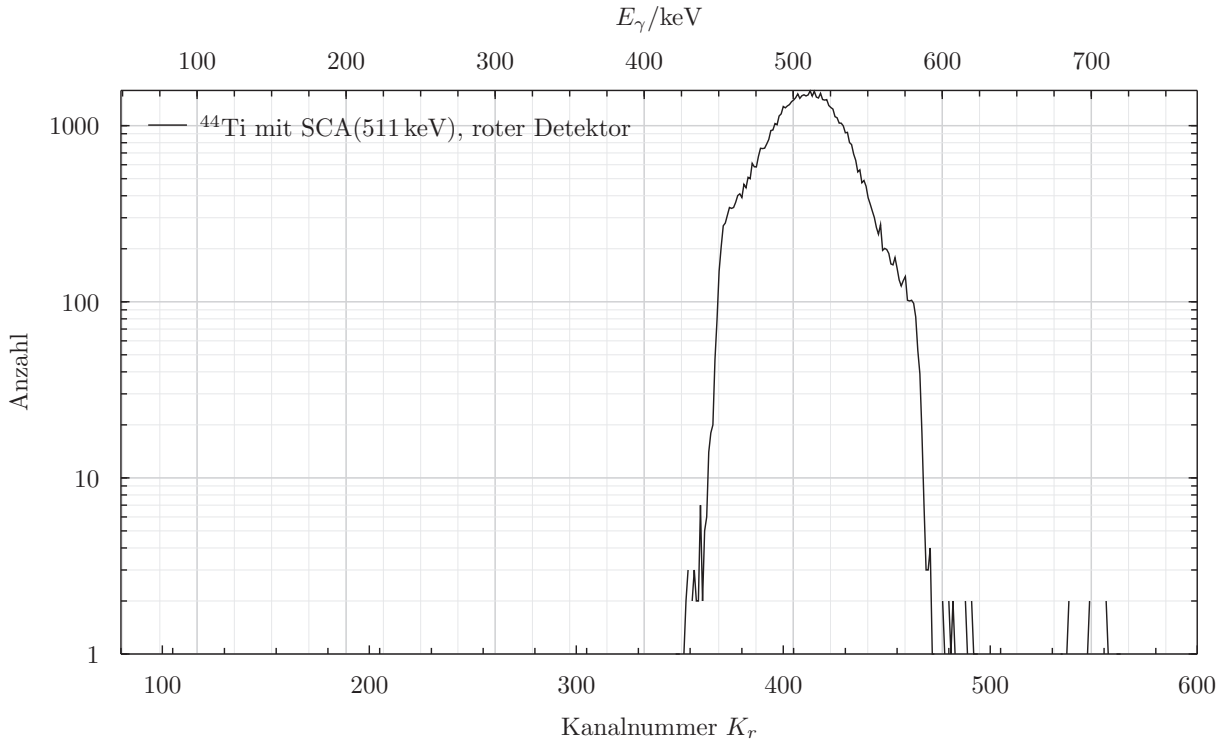


Abbildung 24: γ -Energie-Spektrum im Bereich um 511 keV von ^{44}Ti und seinen Zerfallsprodukten; roter Detektor.

Dass die meisten Einzelereignisse außerhalb des Fensters geringfügig höhere Energien als das Fenster, aber nicht mehr als die Summe von Fensterende und Fensterbreite besitzen, könnte dadurch erklärt werden, dass im ADC ein 511 keV und ein kurz darauf folgendes niederenergetisches Ereignis einen Pileup gebildet haben und als ein Ereignis innerhalb des Fensters interpretiert

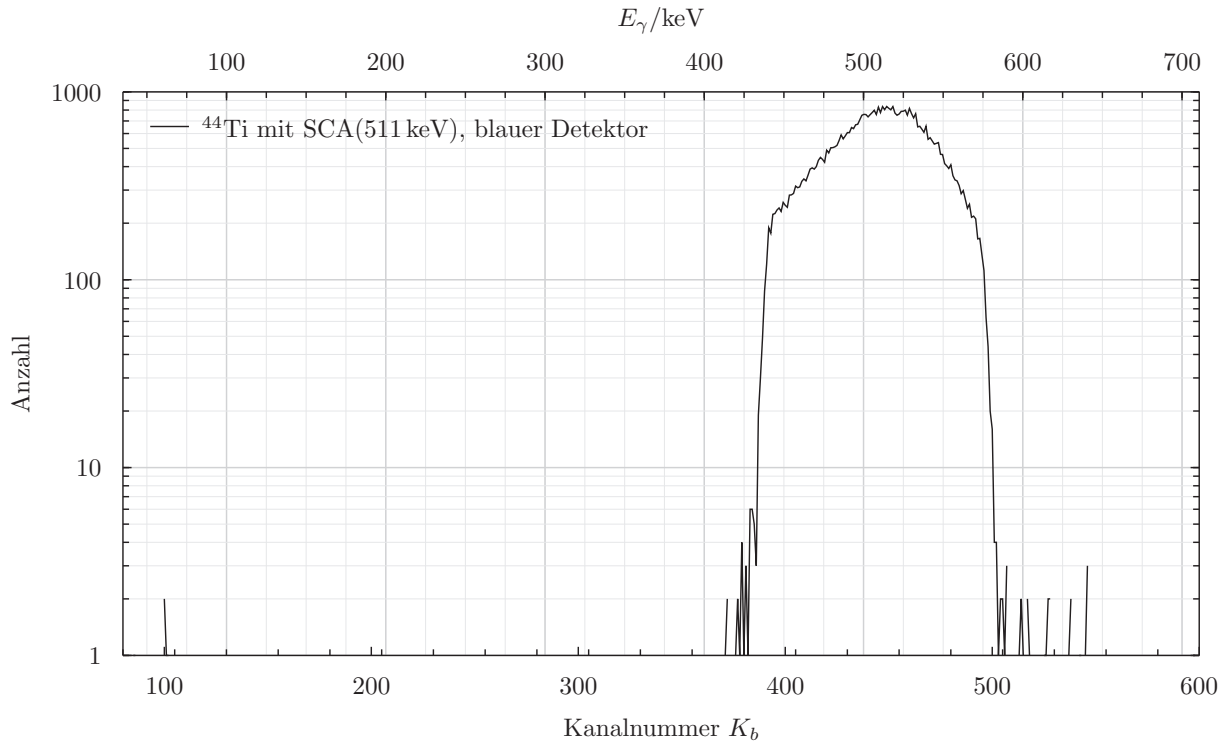


Abbildung 25: γ -Energie-Spektrum im Bereich um 511 keV von ^{44}Ti und seinen Zerfallsprodukten; blauer Detektor.

wurden, der SCA aber in der Lage war, beide Ereignisse zu trennen und für das 511 keV Ereignis das Gate geöffnet hat.

Weiterhin auffällig ist, dass die Flanken am Rand des SCA-Fensters nicht klar definiert sind, sondern knapp *außerhalb* des Fensters in mit der Entfernung zum Fensterrand stark abnehmender Anzahl Ereignisse aufgenommen wurden. Dies ist angesichts der Symmetrie nicht durch Pileup-Effekte zu erklären. Wahrscheinlich ist diese Erscheinung eine Folge von geringfügig anderem Integrationsverhalten von ADC und SCA.

4.4 Kalibration des TPC

Die in Abschnitt 3.3.3 erläuterte Datenaufnahme zur Zeitmessung liefert das in Abbildung 26 dargestellte Kanalspektrum, mit dessen Hilfe der TPC kalibriert werden kann. Im dargestellten Zeitspektrum sind deutlich 11 äquidistante, diskrete Peaks zu erkennen, welche durch die 11 verschiedenen Verzögerungseinstellungen des Gate&Delay Generators zu Stande kommen.

Die Peaks in Abbildung 26 erstrecken sich über nur wenige Kanäle des Spektrums, wobei der zentrale Kanal stark dominiert. Daher wäre ein Gaußfit hier mit einer großen Ungenauigkeit behaftet. Zur Erhöhung der Genauigkeit wurden daher bei der Bestimmung des Maximums der einzelnen Peaks, die Kanalzahlen über die Anzahl der Ereignisse gewichtet und damit der Mittelwert bestimmt. Dabei wurden jeweils das lokale Maximum sowie der links und rechts davon benachbarte Kanal mit in die Wichtung einbezogen. Für die Position des Maximums gilt dann:

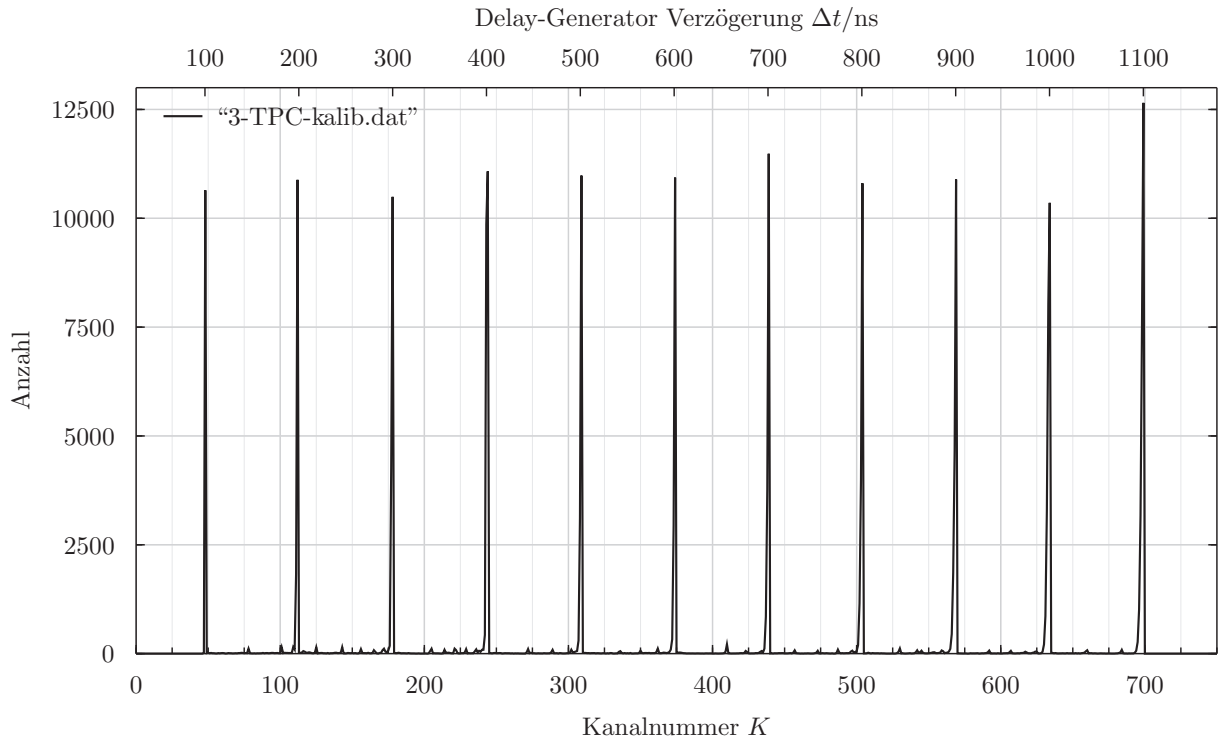


Abbildung 26: Der TPC ordnet der durch den Verzögerungsgenerator generierten Zeitdifferenz zwischen Start- und Stoppimpuls eine definierte Pulshöhe zu. Jeder Ausschlag in einem Kanal des ADC ist daher auf eine am Generator eingestellte Zeit zurückzuführen.

$$\bar{K} = \frac{K_{\max-1} \cdot N_{\max-1} + K_{\max} \cdot N_{\max} + K_{\max+1} \cdot N_{\max+1}}{K_{\max-1} + K_{\max} + K_{\max+1}} \quad (69)$$

Der Fehler des so berechneten Maximums ergibt sich unter der Annahme, dass jeder in die Berechnung eingehende Kanalwert aufgrund der Kanalbreite einen Fehler von $\pm 0,5$ hat zu etwa $\pm 0,4$ Kanälen. Für die Maxima der Peaks ergeben sich die in Tabelle 5 aufgelisteten Kanalzahlen für die eingestellten Verzögerungen.

$\Delta t/ns$	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100
\bar{K}	48,0	111,9	177,7	243,5	308,8	373,8	438,8	503,7	568,7	633,6	698,6

Tabelle 5: Zuordnung von TPC-(ADC)-Kanalnummern zu den eingestellten Verzögerungen Δt .

Der Zusammenhang zwischen TPC-Kanal und Zeit ergibt sich durch einen linearen Fit dieser Werte, welcher in Abbildung 27 dargestellt ist.

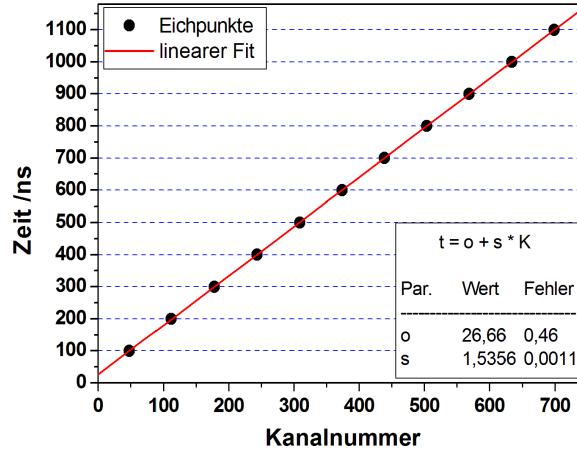


Abbildung 27: Linearer fit zur Zeiteichung des Aufbaus.

Abbildung 27 zeigt, dass die Eichpunkte wie erwartet sehr gut mit dem angenommenen linearen Verlauf übereinstimmen. Aus dem Fit ergibt sich die folgende Geradengleichung:

$$\Delta t(K) = \underbrace{1,5356(11) \text{ ns}}_{=s} \cdot K + \underbrace{26,66(46) \text{ ns}}_{=o} \quad (70)$$

4.5 Prompte Kurve und Zeitauflösung

Nachdem im letzten Abschnitt die Zeiteichung durchgeführt wurde, kann nun aus der prompten Kurve die Zeitauflösung des Detektors und der Ausseelektronik bestimmt werden. Abbildung 28 zeigt hierzu die zeitliche Verteilung der von den beiden Detektoren detektierten 511 keV Gammaquanten. Da diese stets gleichzeitig und unter einem Winkel von 180° zueinander emittiert werden, resultiert die Aufweitung der Zeitverzögerung ausschließlich aus der Zeitauflösung der Szintillatoren und der Elektronik.

Bei der Messung der γ -Quanten fällt auf, dass die Kanalnummer $K_{511} := 258,778(56)$, an der das Maximum der Kurve bestimmt wurde *nicht* den in Abschnitt 3.3.4 eingestellten 500 ns entspricht. Die Verwendung der Delay-Funktion im SCA führt also zu einer anderen Verzögerung als die Delay-Funktion im Verzögerungsgenerator.

Zwischen beiden besteht ein Offset. Möchte man die TPC-Kanäle auf die am SCA eingestellte Verzögerung beziehen, muss das Offset mit der Funktion Δt verrechnet werden:

$$\tilde{\Delta}t = s \cdot K + o + (500 \text{ ns} - \Delta t(K_{511})) \quad (71)$$

$$= s \cdot (K - K_{511}) + 500 \text{ ns} \quad (72)$$

$$\sigma(\tilde{\Delta}t) = \sqrt{(K - K_{511})^2 \cdot \sigma(s)^2 + s^2 \cdot \sigma(K_{511})^2} \quad (73)$$

Die bisher entstandenen Standardfehler führen nach Gleichung (73) zu einem Gesamtskalenfehler von $\sigma \tilde{\Delta}t = 85 \text{ ps} (K = K_{511}) \dots 835 \text{ ps} (K = 1024)$. Diese Abweichung ist klein gegen den

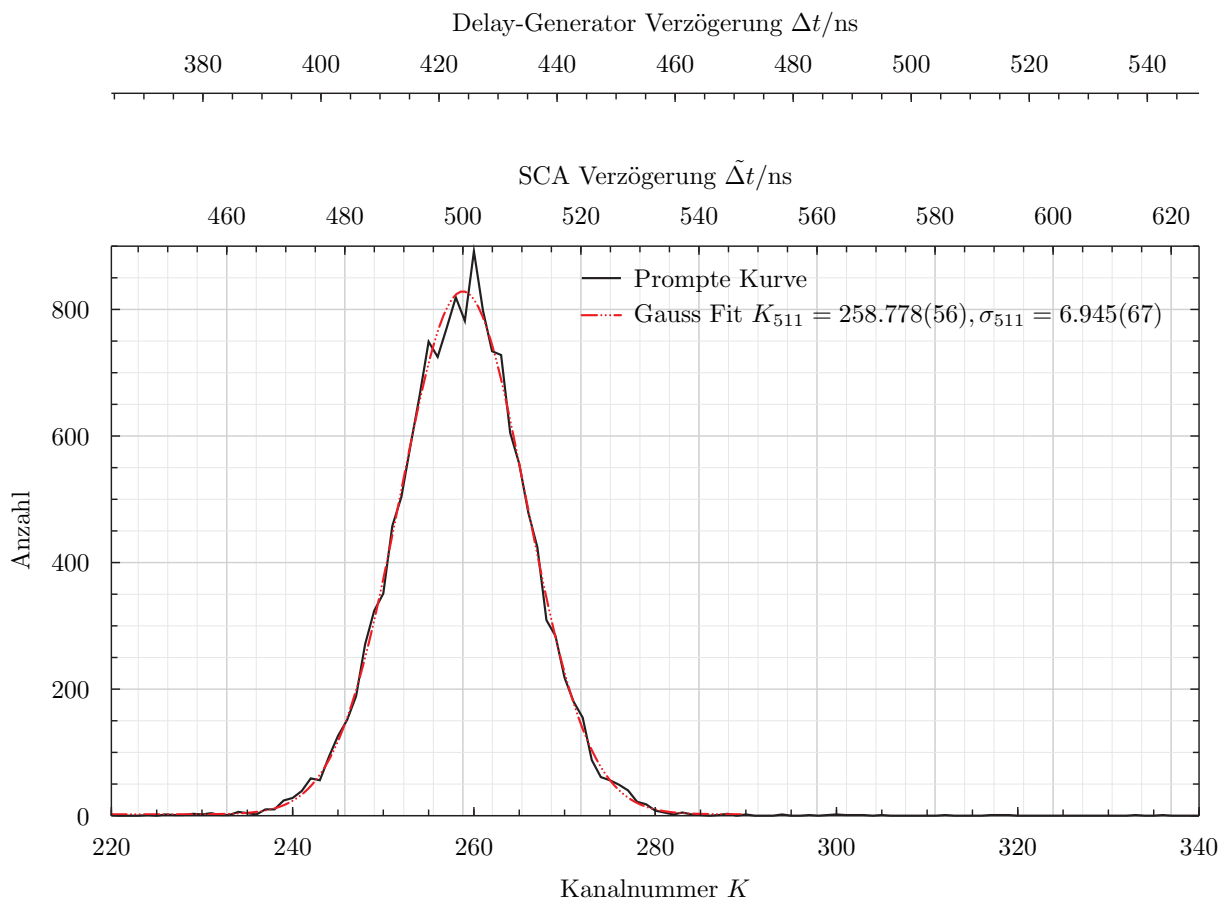


Abbildung 28: Zeitliche Verteilung der beiden 511 keV γ -Quanten. Die Verteilung der gemessenen Laufzeitdifferenzen ist wie erwartet eine schmale Gauss-Verteilung.

möglichen apparativen Fehler, der dadurch entsteht, dass die Verzögerung am SCA von Hand nicht genauestens eingestellt werden kann und klein gegen die aus der Breite der Verteilung der gemessenen Zeitverschiebung gleichzeitiger Ereignisse hervorgehende Zeitauflösung des Detektors (Abbildung 28). Der Skalfehler liefert daher keinen relevanten Beitrag zur Zeitgenauigkeit dieser Messung.

Ein relevantes Maß für die Zeitauflösung des Detektors ist die Breite der prompten Kurve. Aus der Gauß-Breite von $\sigma_t(511 \text{ keV}) = 6,945(67)$ Kanälen folgt

$$\text{FWHM}_{\text{prompte Kurve}} = s \cdot \sqrt{2^3 \ln 2} \cdot \sigma_t = 25,11 \text{ ns} \quad (74)$$

$$\sigma(\text{FWHM}) = \sqrt{8 \cdot \ln(2) \cdot \sigma(\sigma_t)^2 \cdot s^2 + 8 \cdot \ln(2) \cdot \sigma_t^2 \cdot \sigma(s)^2} = 0,24 \text{ ns} \quad (75)$$

Für die Zeitauflösung der 511 keV Ereignisse folgt damit:

$$\sigma_t(511 \text{ keV}) = \underline{25,11(24) \text{ ns}} \quad (76)$$

4.6 Rekalibrierung der SCA

Im nächsten Schritt wurden die beiden SCA auf die für die Lebensdauerermessung relevante Überlagerung der beiden Gammalinien bei 78,4 keV und 67,9 keV eingestellt. In den Abbildungen 29 und 30 sind die von den SCA akzeptierten Teile des Spektrums zu sehen.

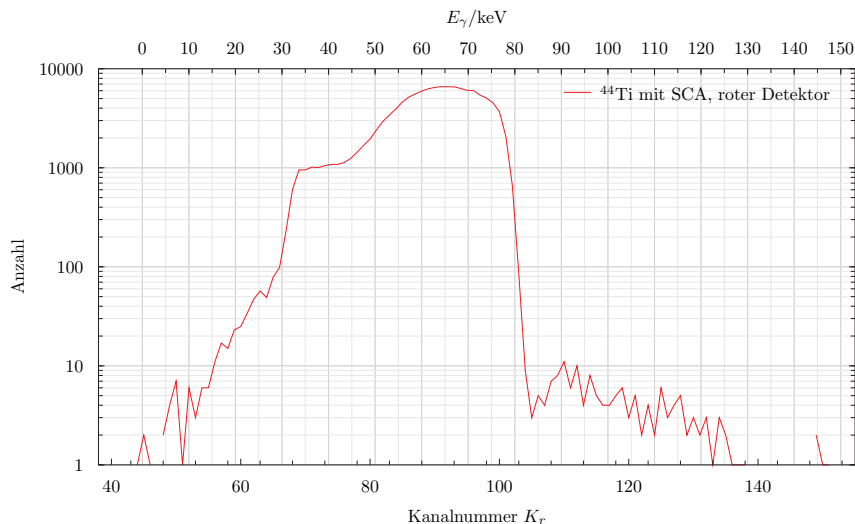


Abbildung 29: Ausschnitt des γ -Energiespektrums nach Rekalibration des roten SCA.

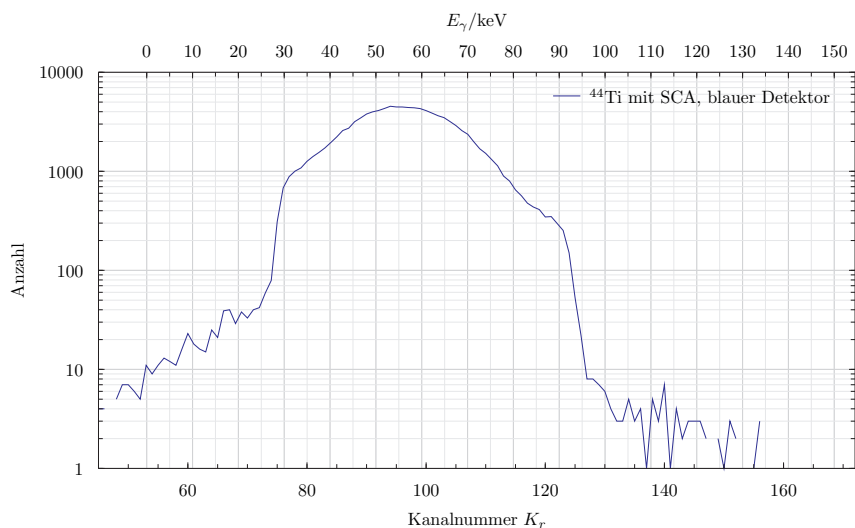


Abbildung 30: Ausschnitt des γ -Energiespektrums nach Rekalibration des blauen SCA.

Das Energiefenster des blauen SCA – der bei der Lebensdauerermessung für den Start verantwortlich sein wird – ist in niederenergetischer Richtung ungewollt breit geraten.¹¹ Insgesamt wird deutlich, dass die Flanken des SCA bei kleinen Energien im Vergleich zur Messung des 511 keV Peaks etwas verschwommener sind, was auf ein verstärktes Auftreten der bei der Separation des 511 keV Peaks bereits erläuterten Effekte hindeutet.

¹¹Eine genauere Einstellung ist – nur im Vergleich mit der Form des Energiespektrums – schwierig. Die Energieskala an den Abbildungen 29 und 30 konnte erst nachträglich aus der Energiegleichung aus Abschnitt 4.2 erstellt werden.

4.7 Lebensdauermessung des 67,9 keV-Niveaus von ^{44}Sc

In diesem Abschnitt sollen die Ergebnisse der mit der Schaltung aus Abschnitt 3.3.6 aufgenommenen Zerfallszeit-Verteilung des 67,9 keV-Niveaus dargestellt und erläutert werden.

4.7.1 Verteilung der Messwerte

Abbildung 31 zeigt die erhaltene noch unkorrigierte Verteilung der gemessenen Zeitintervalle zwischen Start- und Stopp-Signal.

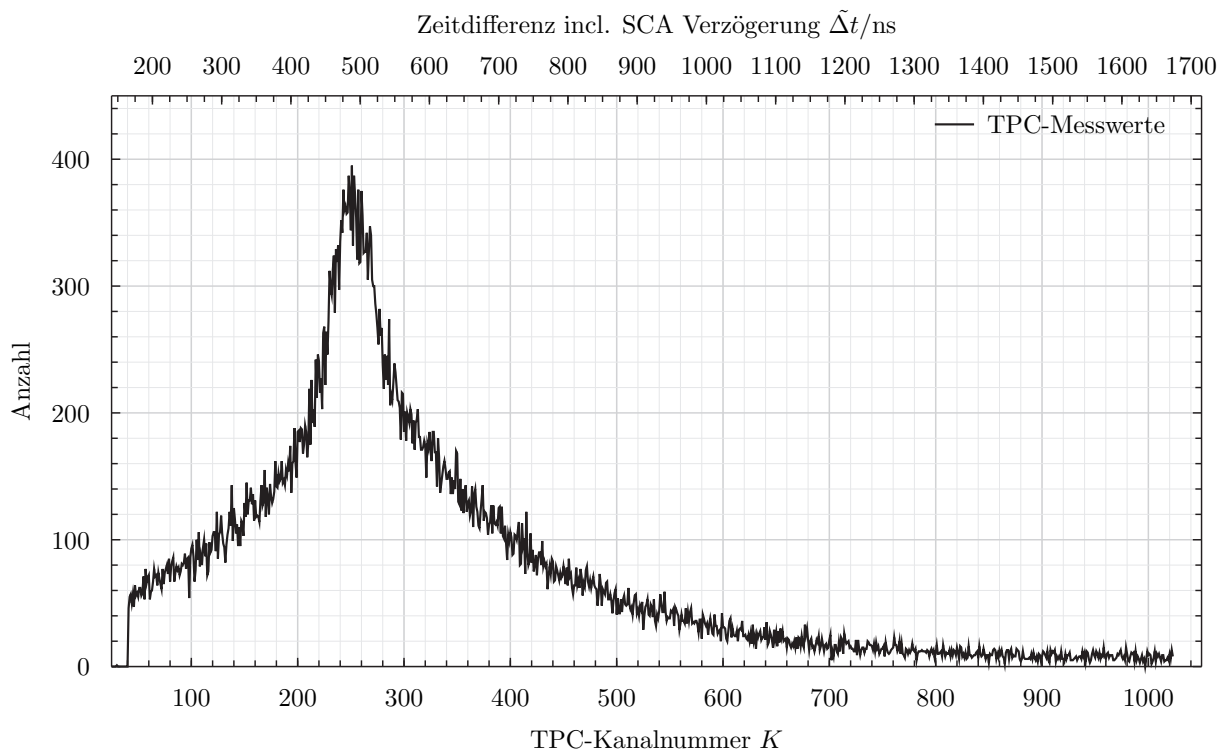


Abbildung 31: Verteilung der gemessenen Zeitintervalle zwischen Start- und Stopp-Signal. In der linearen Darstellung sind bereits die *prompte Kurve* sowie der nach rechts ablaufende exponentielle Zerfall sichtbar.

In Abbildung 31 erkennt man ein scharfes Maximum und eine auf beiden Seiten des Maximums exponentiell abfallende Häufigkeit der Zerfallszeiten. Bei einer Verzögerung von etwa $\tilde{\Delta}t \approx 500$ ns zwischen dem Eingang des Start- und Stoppsignals am TPC befindet sich das Maximum der Verteilung. Diese Zeitdifferenz entspricht der Zeit, um die der SCA das Stoppsignal verzögert hat. Weiterhin ist erkennbar, dass die Verteilung um das Maximum schneller als exponentiell ansteigt, da dort zusätzlich zum Zerfall prompte Ereignisse gemessen werden. Zu Zeiten ≤ 400 ns fällt die Häufigkeit wieder exponentiell ab. Angesichts der Verzögerung von rund 500 ns sind dies also Ereignisse, bei denen das Stoppsignal mindestens 100 ns vor dem Startsignal registriert wurde. Bevor aus den Messwerten die Lebensdauer ermittelt wird, soll zunächst das zu Stande kommen des prompten Peaks im Spektrum betrachtet werden.

4.7.2 Erläuterung der prompten Kurve

Die prompte Kurve ist eine gaußförmig verzogene Linie, die durch – im Rahmen der Messgenauigkeit – in beiden Detektoren gleichzeitig gemessene Ereignisse erzeugt wird. Da es bei der Aktivität des verwendeten Präparates recht unwahrscheinlich ist, dass die prompte Kurve in dieser Ausprägung durch die zu messenden Gammaquanten hervorgerufen wird, müssen hier andere Effekte eine Rolle spielen.

Eine wahrscheinliche Erklärung für das Auftreten der prompten Kurve ist die Emission von charakteristischer Röntgenstrahlung und/oder Bremsstrahlung, deren Energie im SCA-Fenster liegt.

Zwei Photonen charakteristischer Röntgenstrahlung oder Bremsstrahlung, die in beiden Detektoren mit höchstens wenigen ns Zeitdifferenz eintreffen, stammen in der Regel aus *demselben* Ereignis. Würden zwei zufällig korrelierte Ereignisse die prompte Kurve erzeugen, wäre die prompte Kurve nicht als erhabene Kurve, sondern als breiter Untergrund zu erkennen, da die Zeitdifferenz zwischen disjunkten Ereignissen breit Poisson-verteilt ist.

Mögliche Quelle dieser Photonen ist der hochenergetische β -Zerfall von ^{44}Sc (Abbildung 17). Die entstehenden β^+ -Teilchen haben eine Energie von rund 2,5 MeV, die sofort durch Abbremsvorgänge in der Materie abgestrahlt wird. Auch alternative Zerfallswege von ^{44}Sc emittieren hochenergetische Strahlung, die via Foto-, Compton- und Paarbildungseffekt schnelle Elektronen erzeugt, die wiederum im Material abgebremst werden.

Zwei beliebige Photonen mit einer Energie von 30–80 keV (roter Detektor, Abbildung 29) bzw. 30–90 keV (blauer Detektor, Abbildung 30), die entweder direkt durch Bremsstrahlung oder nach Ionisationen in Form von charakteristischer Röntgenstrahlung¹² entstehen, können ein promptes Ereignis erzeugen, sofern sie in beide Szintillatoren fallen.

Charakteristische Röntgenstrahlung Die Energie der charakteristischen Röntgenstrahlung, welche als Folge des in der Zerfallskette stattfindenden Elektroneneinfangs oder als Folge einer Ionisation frei wird kann mit dem Gesetz von Moseley berechnet werden. Dabei ist $Ry = hcR_\infty = \frac{hc\alpha^2}{2\lambda_{\text{C(e)}}} \approx 13,605 \text{ eV}$ die *Rydberg-Energie*.

$$E_\gamma = Ry \cdot (Z - 1)^2 \cdot \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (77)$$

Im Präparat kommen die Materialien Calcium ($Z=20$), Scandium ($Z=21$) und Titan ($Z=22$) vor, im Versuchsaufbau Aluminium ($Z=13$) und Blei ($Z=82$), im Detektorkristall Natrium ($Z=11$), Jod ($Z=53$) und Thallium ($Z=81$).

Mit K_α -Energien von z.B. 5,3 keV (Scandium) und liegen fast alle Materialien außer Blei und Thallium weitab vom möglichen Energiefenster.

¹²Die Emission von charakteristischer Röntgenstrahlung erfolgt typischerweise in der Größenordnung von Femptosekunden nach der Ionisation.

Element	K_α	K_β	K_γ	K_δ	K_ϵ
Tl	65,28	77,37	81,6	83,56	84,62
Pb	66,92	79,31	83,65	85,66	85,67

Tabelle 6: Energien der Lyman („K“-)Serie der charakteristischen Röntgenstrahlung von Blei und Thallium nach Gleichung (77) in keV.

Die K-Serien von Thallium und Blei haben jedoch Energien (Tabelle 6), die innerhalb des SCA-Spektrums liegen. Sie könnten für die prompte Kurve verantwortlich sein.

Jod liegt lediglich mit seiner energiereichsten Linie, der K_α -Linie von 36,77 keV noch im Energiefenster (Abbildungen 29 und 30). Es ist trotzdem nicht davon auszugehen, dass die 36,77 keV-Linie von Jod der Hauptgrund für die prompte Kurve ist, gerade *weil* Jod in den Szintillatoren vorkommt. Wie bereits auf Seite 48 erwähnt, wird die 36,77 keV-Strahlung durch das Abbremsen hochenergetischer Teilchen erzeugt. Diese deponieren aber in dem Szintillator, in dem sie die Strahlung erzeugen mit sehr großer Wahrscheinlichkeit erheblich mehr Energie als die maximal vom SCA erlauben 80–90 keV. Iod-Röntgenstrahlung wird daher nur von dem Detektorzweig akzeptiert, in den sie fällt; der Zweig aus dem sie kommt wird vom SCA nicht gegatet und liefert kein Signal. Es gibt also – außer das einfallende Teilchen ionisiert den Szintillator fast gar nicht – keine Start-Stopp-Signal-Kombination am TPC, weshalb die Iod- K_α -Linie als Hauptquelle für die prompte Kurve unwahrscheinlich erscheint.

Aus dem gleichen Grund kann das als Dotierung – und damit viel schwächer konzentrierte – im Szintillator vorkommende Element Thallium ausgeschlossen werden.

Als Quelle für K_α -Strahlung bleibt folglich nur **Blei** übrig. Nimmt man jedoch die Blei-Kollimatoren der Szintillatoren zu Testzwecken ab, so verringert sich die relative Intensität der prompten Kurve jedoch nur wenig, so dass hierin nicht der alleinige Grund liegen kann.

Bremsstrahlung Wird als kontinuierliches Spektrum abgegeben. Angesichts der hohen kinetischen Energie, die angestoßenen Teilchen haben können, liegt ein nicht unerheblicher Teil¹³ des Bremsstrahlungsspektrums im SCA-Fenster. Vermutlich ist Bremsstrahlung der Hauptgrund für das Auftreten der prompten Kurve.

2 γ -Emission Ein weiteren – wenn auch sehr kleinen – Beitrag zur prompten Kurve könnte eine 121,3 keV-2 γ -Emission beim Elektroneneinfang von ^{44}Ti nach $^{44}\text{Sc}^{146,22\text{ keV}}$ liefern. Dieser Prozess dürfte zwar einen kleinen Wirkungsquerschnitt haben, die Hälfte der Energie passt jedoch perfekt ins SCA-Fenster und die Photonen werden immer genau entgegengesetzt abgestrahlt, was die Wahrscheinlichkeit, die beiden gegenüberliegenden Detektoren zu treffen, stark erhöht.

¹³Die Intensitätsverteilung der Bremsstrahlung wird durch die Kramer-Regel beschrieben[?].

4.7.3 Bestimmung der mittleren Lebensdauer

Betrachtet man die gemessene Verteilung der Zeitdifferenzen (Abbildung 31) in halblogarithmischer Darstellung (Abbildung 32), so sieht man dass der prompte Bereich, in dem die Häufigkeiten gaußverteilt sind, als eine nach unten geöffnete Parabel und der Bereich, in dem exponentielle Zerfall vorherrschend ist, als Gerade näherbar sind.

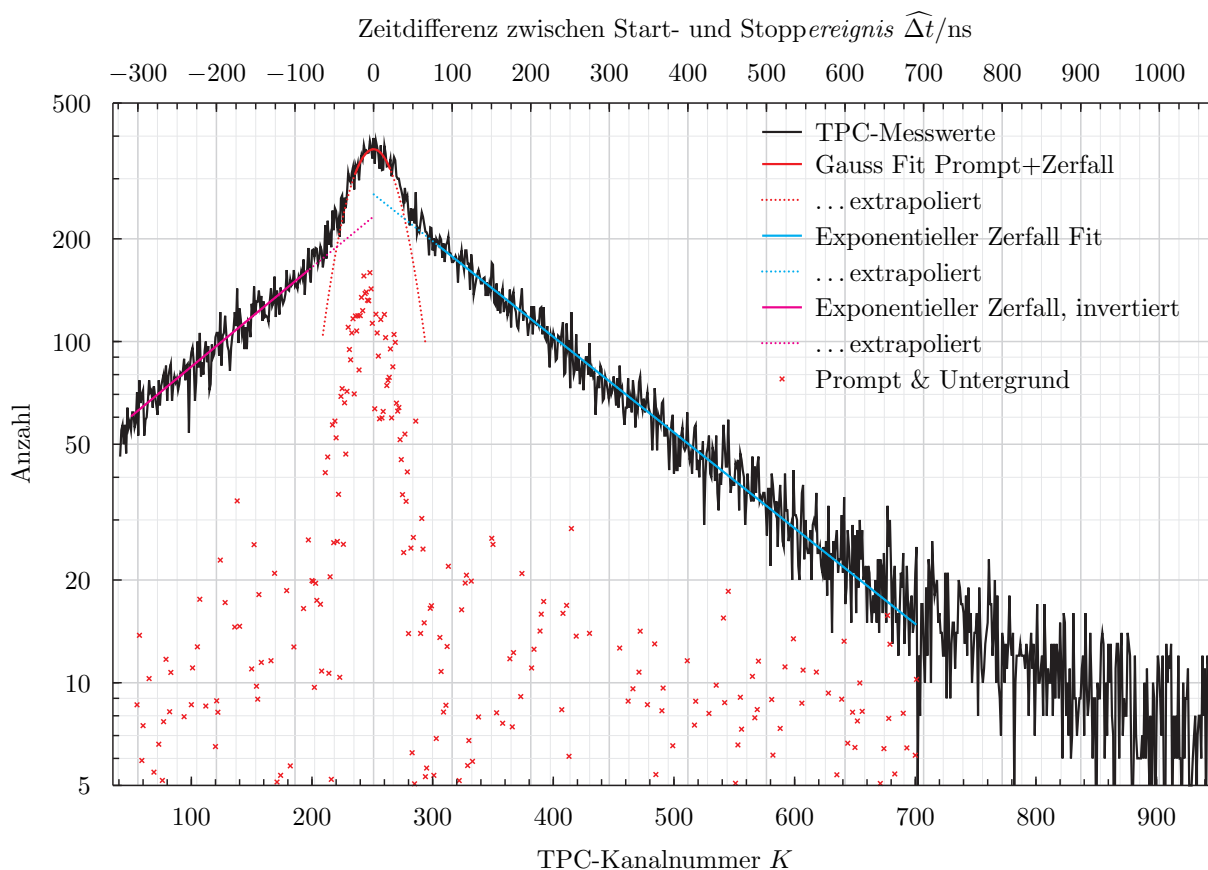


Abbildung 32: Verteilung der gemessenen Zeitintervalle zwischen Start- und Stoppereignis in halblogarithmischer Darstellung.

An die Bereiche, in denen Zerfall vorherrscht sind exponentiell abfallende Funktionen angepasst. Nach Subtraktion der Fitfunktion ist nur noch die Summe aus prompten Ereignissen, dem Untergrund und der statistischen Fluktuation der Zerfallsereignisse $\sim \sqrt{N}$ zu sehen (\times).

Symmetrie durch Zeitinversion Der exponentielle Bereich links des prompten Bereichs – in dem das Stopp- vor dem Startsignal gemessen wurde – ist keinesfalls so unsinnig wie es im ersten Augenblick erscheint. Die $78,4\text{ keV}$ γ -Strahlung kann zwar auf keinen Fall nach der $67,9\text{ keV}$ γ -Strahlung emittiert werden, aber beide γ -Energien fallen in beide Detektoren und die Detektoren können sie nicht unterscheiden.

Es gibt demnach in diesem Fall folgende zwei Fälle, die zu einer nutzbaren Zeitmessung führen:

1. Die 78,4 keV γ -Strahlung wird als Start-Signal und die 67,9 keV γ -Strahlung wird als Stopp-Signal detektiert.¹⁴

In diesem Fall entspricht die Zuordnung der Strahlung der physikalisch sinnvollen Reihenfolge, dass die Bevölkerung des 67,9 keV-Niveaus der Anfang der Lebensdauer und die Entvölkerung das Ende der Lebensdauer darstellt. Am TPC wird eine Zeitdifferenz von $500 \text{ ns} + \underbrace{t_{\text{stop}} - t_{\text{start}}}_{>0}$ gemessen.

2. Die 67,9 keV γ -Strahlung wird als Start-Signal und die 78,4 keV γ -Strahlung wird als Stopp-Signal detektiert.

In diesem Fall ist die Zuordnung der Strahlung zum physikalischen Prozess genau invertiert, da der Zerfall als Start-Signal gewertet wird und das Stopp-Signal vor dem Start-Signal gemessen wird. Die Lebensdauer des Zustands erscheint unter dieser Konfiguration also negativ. Am TPC wird eine Zeitdifferenz von $500 \text{ ns} + \underbrace{t_{\text{stop}} - t_{\text{start}}}_{<0}$, also weniger als 500 ns gemessen.

Von 500 ns – der Zeitspanne, die einer Zeitdifferenz von 0 entspricht – nimmt die Häufigkeit einer einzelnen Lebensdauer mit zunehmender Entfernung zur Zeitspanne 0 exponentiell nach beiden Seiten gleichmäßig ab, da es sich um denselben exponentiellen Zerfall handelt.

Neubestimmung des Zeit-Nullpunktes Da der SCA nicht vollkommen genau wieder auf dieselben 500 ns eingestellt werden kann, liegt das Maximum der gemessenen Häufigkeiten etwas neben der vorher als Nullpunkt bestimmten Zeit. Das Maximum der Häufigkeit an TPC-Zeitdifferenz mit SCA-Verzögerung $\tilde{\Delta}t$ entspricht der Zeitspanne 0, da sowohl die Häufigkeit des exponentiellen Zerfalls als auch die prompten Ereignisse weniger werden, je länger die Zeitspanne ist – unabhängig davon, welches Photon bei der Messung zum Start- und welches zum Stoppphoton selektiert wurde.

Wir bestimmen zuerst den Kanal K_0 als den zeitlichen Nullpunkt der Verteilung, also das Maximum, durch einen Gauß-Fit. Der Kurvenverlauf stimmt zwar nicht vollkommen exakt, da in dem Bereich beidseitig der Zerfall addiert wird. Das ist für die Bestimmung des Mittelpunkts jedoch irrelevant. In Analogie zu Gleichung (72) legen wir am Mittelpunkt der Verteilung die Zeitskala $\widehat{\Delta}t$ fest. Wir wählen diesmal für eine Zeitdifferenz von 0 den Wert 0 ns, da die Symmetrie der Verteilung so anschaulicher ist.

$$\widehat{\Delta}t = s \cdot (K - K_0) \tag{78}$$

$$= 1,5356(10) \cdot (K - 251,04(93)) \tag{79}$$

Ausgehend von diesem Zeitnullpunkt passen wir die Zerfallsfunktionen an. Dabei bezeichnet A_0 die (extrapolierte) Zahl der Lebensdauerhäufigkeit für $\widehat{\Delta}t = 0$ und K_τ die mittlere Lebensdauer,

¹⁴Zur leichteren Verständlichkeit werden in dieser Aufzählung Start- und Stopp-Signal nach den Detektorfarben eingefärbt, da sie sich von der Be- und Entvölkerung des Zustands unterscheiden. Die Be/Entvölkerung hat eine zeitliche Reihenfolge, wohingegen Start- und Stoppsignal im Wesentlichen einer räumlichen Zuordnung entsprechen.

ausgedrückt als Kanalzahldifferenz. F_A bezeichnet einen Abschwächungsfaktor $\in (0;1)$, der primär durch die geringfügigen Unterschiede der Energiefenstergrenzen beider SCA entsteht.

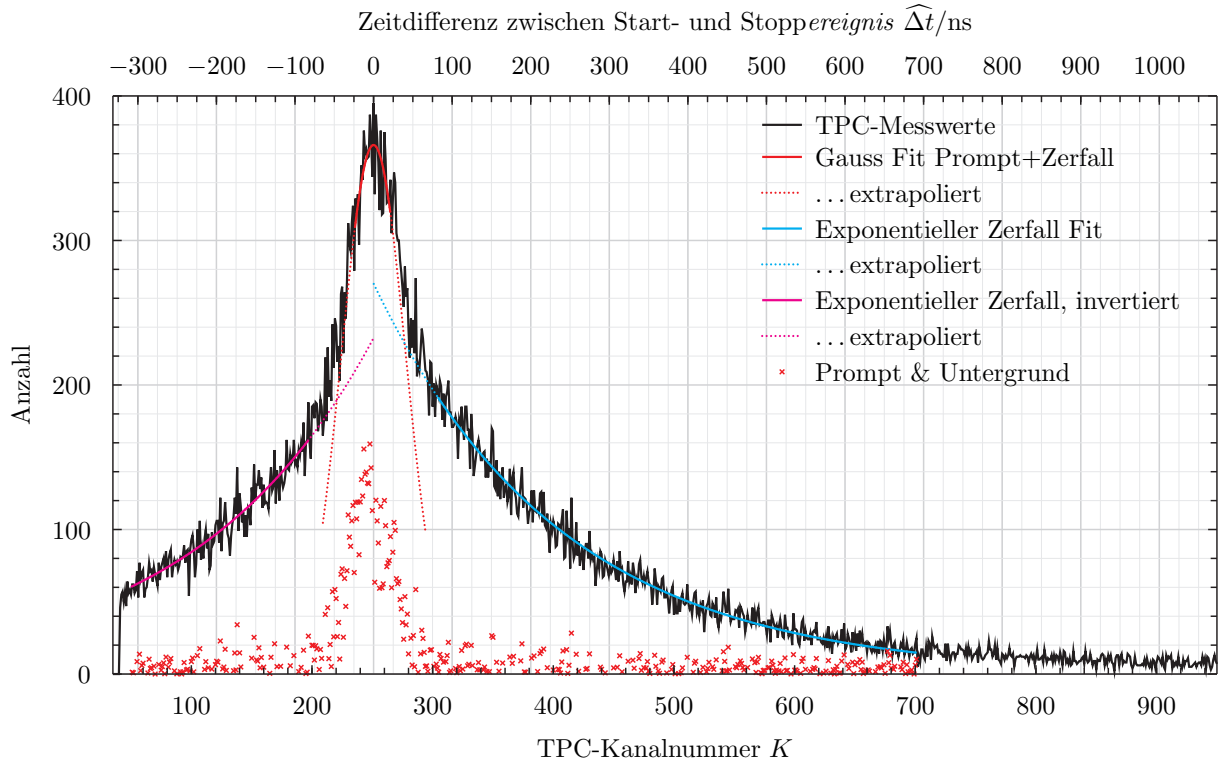


Abbildung 33: Verteilung der gemessenen Zeitintervalle zwischen Start- und Stoppereignis in linearer Darstellung.

$$N_{\text{rechts}}(K) = A_0 e^{-\frac{K-K_0}{K_{\tau,r}}} + C_r \quad (80)$$

$$N_{\text{links}}(K) = A_0 F_A e^{-\frac{K_0-K}{K_{\tau,l}}} + C_l \quad (81)$$

Die Zerfallsfunktionen fitten wir bei positiver Zeit (rechts) ab Kanal 305, bei negativer Zeit (links) bis Kanal 197. Dies entspricht einer Lücke von 2σ des Gauß-Mittelpunktsfits, die eine Beeinflussung der Steigung $\pm\frac{1}{K_\tau}$ der Zerfallsfunktion durch prompte Ereignisse vermeidet.

Auf diese Weise ergaben sich die folgenden Zahlenwerte:

$A_0 = 275,07968$	$\sigma A_0 = 3,5667925$	$F_A = 0,8296583$	$\sigma F_A = 0,036134735$
$K_{\tau,r} = 138,46031$	$\sigma K_{\tau,r} = 5,1597613$	$K_{\tau,l} = 134,92059$	$\sigma K_{\tau,l} = 31,339158$
$C_r = 7,8400073$	$\sigma C_r = 2,6116121$	$C_l = 9,726659$	$\sigma C_l = 21,469684$
$N_r = 325$	$N_l = 147$		

Die Lebensdauer ergibt sich aus dem s -fachen des Kehrwerts der Steigung. Wir mitteln den Wert aus beiden Seiten der Messung, gewichtet mit dem Fehler der Messung sowie der Anzahl der zum Fitten verwendeten Kanäle¹⁵.

$$\tau = s \frac{1}{\left(\frac{1}{N_r} + \frac{1}{N_l}\right)} \cdot \left(\frac{K_{\tau,r}}{N_r} + \frac{K_{\tau,l}}{N_l}\right) \quad (82)$$

$$\sigma\tau = \sqrt{\left(\frac{d\tau}{ds} \cdot \sigma s\right)^2 + \left(\frac{d\tau}{dK_{\tau,r}} \cdot \sigma K_{\tau,r}\right)^2 + \left(\frac{d\tau}{dK_{\tau,l}} \cdot \sigma K_{\tau,l}\right)^2} \quad (83)$$

$$\sigma\tau = \frac{1}{\left(\frac{N_r}{\sigma K_{\tau,r}} + \frac{N_l}{\sigma K_{\tau,l}}\right)} \sqrt{\sigma s^2 \left(\frac{K_{\tau,r} N_r}{\sigma K_{\tau,r}} + \frac{K_{\tau,l} N_l}{\sigma K_{\tau,l}}\right)^2 + N_r^2 \cdot s^2 + N_l^2 \cdot s^2} \quad (84)$$

Die Lebensdauer des 67,9 keV-Zustands in ^{44}Sc beträgt also $\tau = 212,24 \text{ ns} \pm 8,1 \text{ ns}$. Dies entspricht einer Halbwertszeit von $T_{1/2} = 147,1(5,6) \text{ ns}$. Der in der Anleitung angegebene Literaturwert liegt bei 155,1 ns.

¹⁵Die Information stammt aus der Differenz bzw der „Steigung“ der Werte. Daher gibt es bei $N + 1$ Kanälen nur N Freiheitsgrade, aus denen Information gewonnen werden kann.

5 Diskussion

In diesem Versuch wurde eine Lebensdauermessung an ^{44}Sc mit dem Verfahren der verzögerten Koinzidenzen durchgeführt. Bei der Auswertung hat sich herausgestellt, dass insbesondere die Eichung und Nutzung der Zeitachse auf die in der Anleitung vorgeschlagene Weise zu Problemen führt.

Zeitverzögerung Im Laufe des Versuchs wird die Verzögerung vielfach verstellt, um verschiedene Größen zu messen. Dabei zeigt sich bei jeder Analyse der darauffolgenden Messung, dass der SCA mit der erzielbaren manuellen Genauigkeit nicht wieder auf denselben Wert zurückgestellt werden kann. Angesichts der Tatsache, dass Verzögerungen einmal zur Eichung des TPC (Gate&-Delay-Generator) gebraucht werden und dann nur noch als diskreten 500 ns-Block erscheint es uns unverständlich, warum nach der Eichung ein *anderes* Verzögerung erzeugendes Modul verwendet werden soll; zumal es bei Verwendung des Delay-Generators die Möglichkeit gegeben hätte, nach der Eichung die benötigten 500 ns fest einzustellen und den Delay-Generator einfach in die Schaltung zu integrieren, wenn er benötigt wird, und ihn auszustöpseln, wenn er für eine Messung nicht gebraucht wird.

Kalibrierung der Zeitachse In der Anleitung wird vorgeschlagen, die Zeitachse bei der TPC-Kalibrierung auf die Funktion

$$t = a + bK \tag{85}$$

zu eichen und diese Eichung beizubehalten. Insbesondere die Verwendung des Achsenabschnitt-Parameters a stellt sich im weiteren Verlauf, wenn vom Gate-und-Delay-Generator auf den SCA gewechselt wird als hinderlich heraus. Er ist bei $K = 0$ weit von dem Bereich entfernt, in dem sich die interessanten Werte befinden.

Verwendet man jedoch eine Gleichung der Form $t = s \cdot (K - K_a)$, lassen sich apparative Mängel bei der Zeitkalibrierung in der Auswertung direkt wieder herausrechnen, weil der Zeitnullpunkt leicht zu bestimmen ist. Auch der jeweilige Abschnittsfehler σK_a ist direkt aus einem Fit zugänglich und muss nicht über Fehlerfortpflanzung hergeleitet werden.

Kommentar Es ist faszinierend, mit welchem relativ einfachem Aufbau eine so schwierige Analyse – die Messung eines Kernisomers, das nur für Nanosekunden existiert – durchführbar ist. Letztendlich begrenzend für die Präzision der Messung sind im Wesentlichen nur die Energie- und Zeitunschärfe des Detektors. Leider ist es uns während der Durchführung des Versuchs nicht gelungen, das Energiefenster des SCA präziser einzustellen, was den Untergrund sicherlich noch vermindert hätte. Es ist trotzdem beeindruckend, dass wir auf diese Weise einen Messwert erhalten haben, der nur 8 ns vom Literaturwert entfernt liegt.